

Capítulo 6. Estructura de los Hadrones.

6.1. Orbitales y distribución interna de carga.

Como vimos en la resolución de la ecuación de onda gravitomagnética para un potencial central que decrece con la inversa del radio la ecuación angular quedaba inalterada en el caso relativista, es decir, la forma de los orbitales no varia. Por tanto, podemos considerar que los hadrones están compuestos por capas esféricas, al menos cuando no están excitados. Para el caso no relativista el radio de Bohr a_0 es calculado mediante la siguiente expresión:

$$a_0 = \frac{\hbar}{mc\alpha}$$

si operamos

$$a_0 = \frac{\hbar}{mc\alpha} = \frac{\hbar}{mc\alpha} \cdot \frac{c\alpha^2}{c\alpha^2}$$

y teniendo en cuenta que la energía de los orbitales es

$$E_0 = \frac{mc^2\alpha^2}{2}$$

podemos expresar el radio de Bohr en función de la energía del primer orbital

$$a_0 = \frac{\hbar c\alpha}{2E_0} = \frac{\hbar c}{2E_0/\alpha}$$

Si extrapolamos esta relación al caso relativista podemos escribir:

$$\frac{E_0}{\alpha} = -\frac{mc^2}{\alpha} \left[1 \pm \sqrt{\frac{\alpha'^2}{n'^2 + \alpha'^2}} \right] = -mc^2 \left[\frac{1}{\alpha} \pm \sqrt{\frac{1}{\frac{n'^2}{\alpha'^2} + 1}} \right]$$

Para el caso en que el potencial central provenga de fuerzas electrofuertes $\alpha' \gg 1$ y $n' \gg \alpha'$ y por tanto:

$$\frac{E_0}{\alpha} = -mc^2 \sqrt{\frac{1}{2}}$$

y sustituyendo obtenemos finalmente:

$$a_0 = \frac{\hbar c}{2\sqrt{\frac{1}{2}}mc^2} = \frac{\hbar c}{\sqrt{2}mc^2}$$

En esta expresión debemos tener en cuenta dos condiciones:

- Debemos usar las masas reducidas
- La masa de la partícula-pulsación se ha incrementado por la energía de enlace

$$m = m_0 + 1.7072m_0 = 2.7072m_0 \text{ Y por tanto:}$$

$$a_0 = \frac{\hbar c}{3,8285(m'c^2 \text{ MeV}) \cdot 1,60210^{-13} \text{ J/MeV}}$$

Para el caso del protón las longitudes características serían:

$$a_0 = \frac{\hbar \cdot c}{3.8285(162.36 + 11.23 - 10.50) \cdot 1.60210^{-13}} = 3.161 \cdot 10^{-16} \text{ m} = 0.3161 \text{ fm}$$

$$a_1 = \frac{\hbar \cdot c}{3.8285(162.36 - 10.50/2) \cdot 1.60210^{-13}} = 3.281 \cdot 10^{-16} \text{ m} = 0.3281 \text{ fm}$$

$$a_2 = \frac{\hbar \cdot c}{3.8285(11.23 - 10.50/2) \cdot 1,60210^{-13}} = 8.624 \cdot 10^{-15} \text{ m} = 8.624 \text{ fm}$$

Por tanto y teniendo en cuenta que los orbitales están degenerados tenemos que los hadrones están formados por dos o tres capas esféricas que se superponen entre sí, con una función de onda

$$\Psi_{1s} = K e^{-r/a}$$

donde a es una longitud característica y K varía de acuerdo a la normalización utilizada. De acuerdo a la hipótesis aquí expuesta esta función de onda es una densidad real (masa, carga, etc.). La longitud característica se postula que es igual a la mitad del radio de Borh de cada onda.

Si normalizamos a tres dimensiones nos quedaría entonces

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{a_0} \right)^3 e^{-2r/a_0}$$

o normalizando a dos dimensiones

$$\rho(r) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{a_0} \right)^2 e^{-2r/a_0}$$

Se postula también la existencia de estados excitados, que representan múltiplos de la masa de estas partículas. Aparentemente es más frecuente la aparición de estos estados en series geométricas de factor 2, es decir 2,4,8,16,32,... veces su masa.

La densidad de carga eléctrica será entonces igual a :

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi} \left[-9 \left(\frac{1}{0.3161} \right)^3 e^{-2r/0.3161} + 10 \left(\frac{1}{0.3281} \right)^3 e^{-2r/0.3281} \right]$$

que podemos representar (Nótese la parte interna negativa)

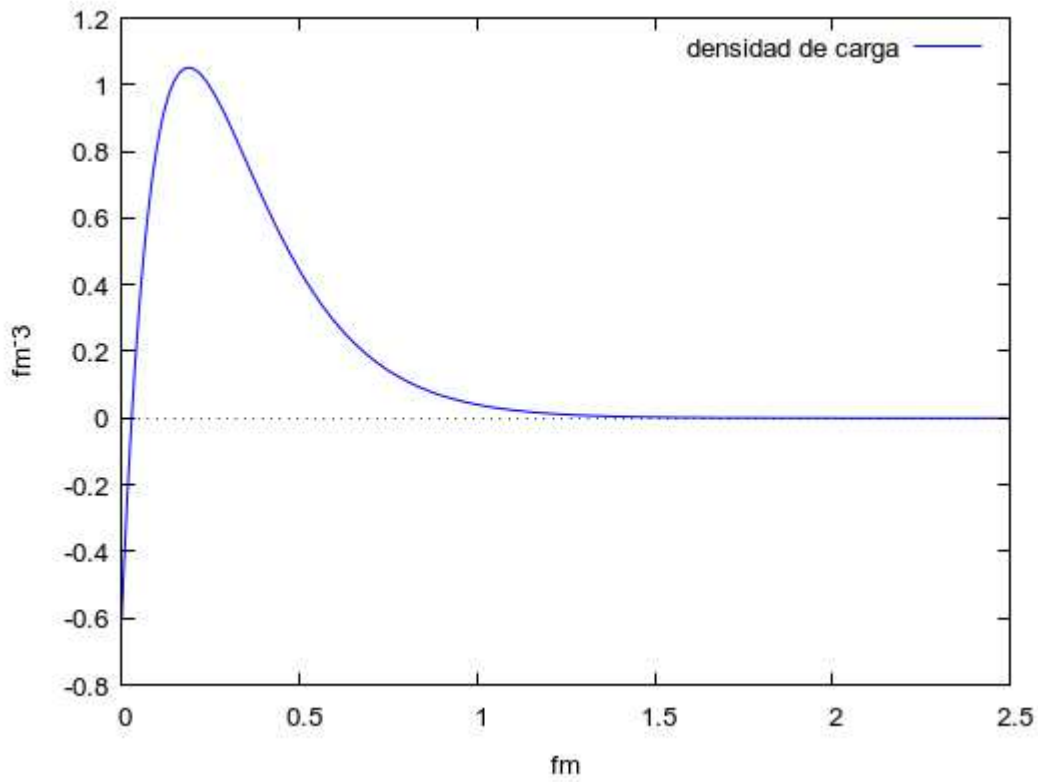


Figura 6.1. Densidad de carga del protón

si lo normalizamos tres dimensiones, o bien

$$\rho(r) = \frac{2}{\pi} \left[-9 \left(\frac{1}{0.3161} \right)^2 e^{-2r/0.3161} + 10 \left(\frac{1}{0.3281} \right)^2 e^{-2r/0.3281} \right]$$

si la normalizamos a 2 dimensiones,

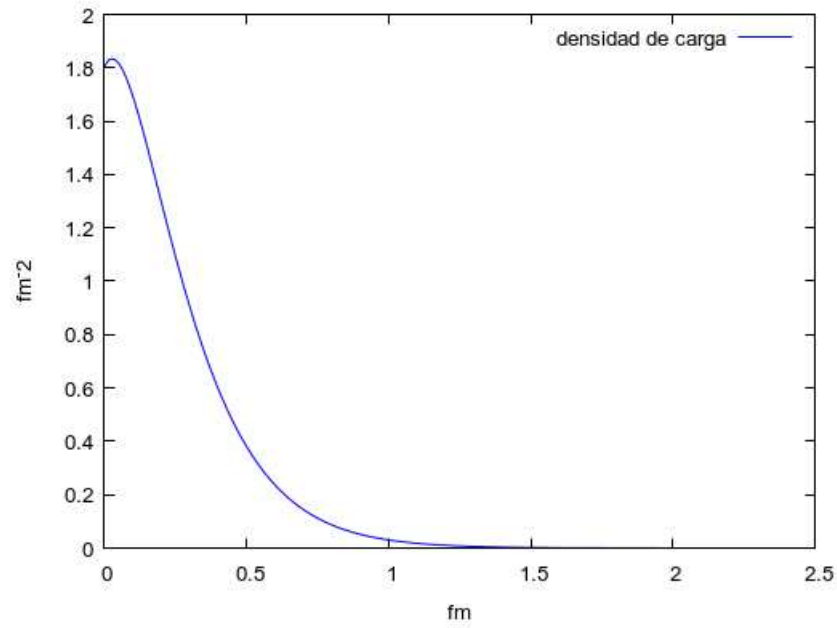


Figura 6.2. Densidad teórica transversal de carga

lo que permitiría compararlo con las densidades transversales experimentales obtenidas por Miller en [17].

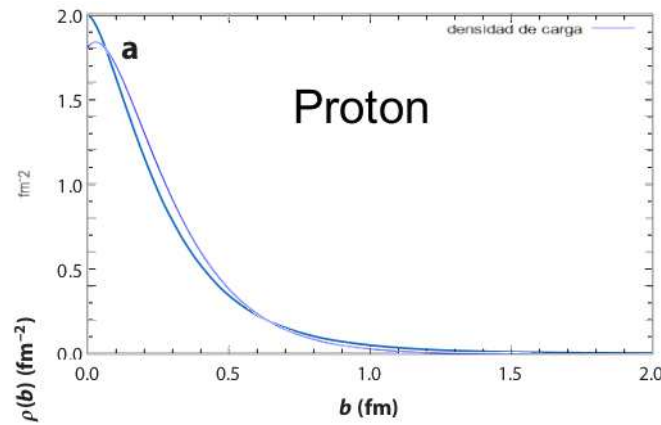


Figura 6.3. Comparación con los resultados experimentales de Miller

Para el caso del neutrón será muy similar:

$$a_0 = \frac{\hbar c}{3,8285(162,63 + 11,23 - 10,50) \cdot 1,60210^{-13}} = 3,15610^{-16} = 0,3156 fm$$

$$a_1 = \frac{\hbar c}{3,8285(162,63 - 10,50/2) \cdot 1,60210^{-13}} = 3,27510^{-16} = 0,3275 fm$$

$$a_2 = \frac{\hbar c}{3,8285(11,23 - 10,50/2) \cdot 1,60210^{-13}} = 8,62410^{-15} = 8,624 \text{ fm}$$

Es decir, prácticamente igual a las del protón. La densidad de carga eléctrica será entonces igual a :

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi} \left[-23 \left(\frac{1}{0.3156} \right)^3 e^{-2r/0.3156} + 23 \left(\frac{1}{0.3275} \right)^3 e^{-2r/0.3275} \right]$$

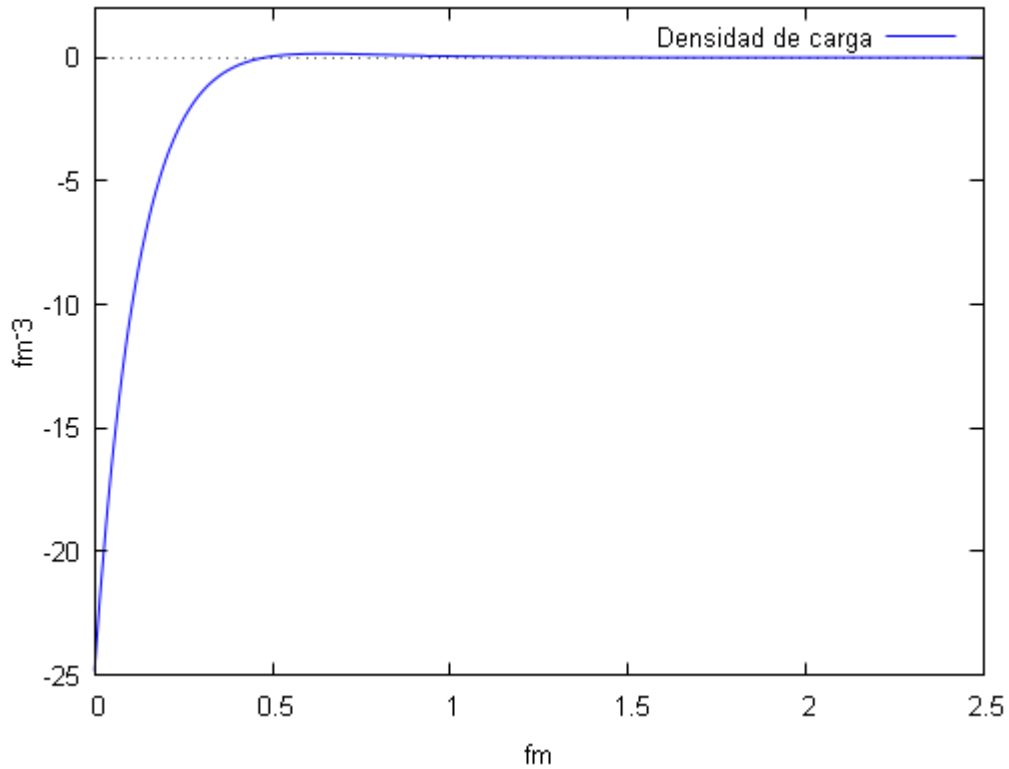


Figura 6.4. Densidad de carga del neutrón

o bien normalizando a 2D para poder comparar con la densidad transversal de carga obtenida por Miller en [8]

$$\rho(r) = \frac{2}{\pi} \left[-23 \left(\frac{1}{0.3156} \right)^2 e^{-2r/0.3156} + 23 \left(\frac{1}{0.3275} \right)^2 e^{-2r/0.3275} \right]$$

y representando $\frac{\sqrt{\pi}}{23} r \cdot \rho(r)$

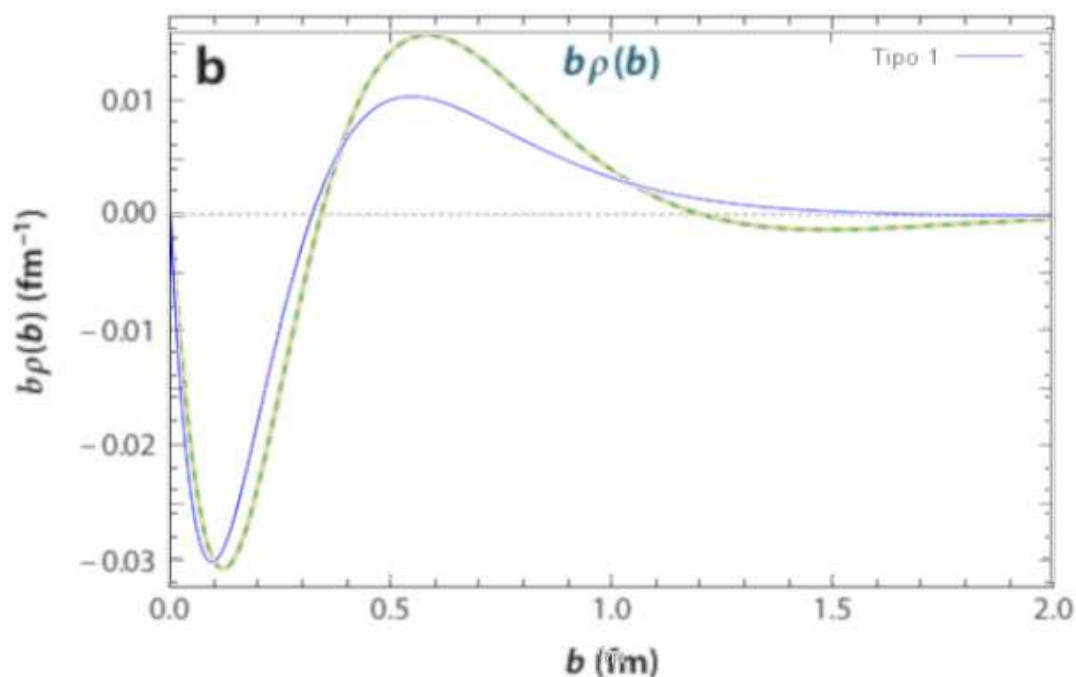


Figura 6.5. Densidad transversal de carga

Nótese el factor de escala necesario para ajustarse a la normalización escogida por Miller. Podemos aplicar estos mismos principios generales para determinar los tamaños de los principales bariones. Es destacable el tamaño casi idéntico de protones y neutrones.

Partícula	Onda 1		Onda 2		Onda 3		a0(m)	a1 m	a2 m
μ	3	2	2	1	1	0	2,7958E-15	4,1776E-15	8,4523E-15
n	25	23	24	23	1	0	3,1513E-16	3,2704E-16	8,6517E-15
p^+	27	9	26	10	1	0	3,1648E-16	3,285E-16	8,6517E-15
Λ	32	11	31	11	1	0	2,6694E-16	2,7541E-16	8,6815E-15
Σ^+	33	17	32	18	1	0	2,5169E-16	2,592E-16	8,692E-15
Σ^-	35	10	34	9	1	0	2,4656E-16	2,5376E-16	8,6944E-15
Ξ^0	35	30	34	30	1	0	2,2636E-16	2,324E-16	8,7086E-15
Ξ^-	37	21	36	20	1	0	2,2351E-16	2,2939E-16	8,7101E-15
Ω^-	45	36	44	37	1	0	1,7684E-16	1,8049E-16	8,7444E-15

Figura 6.6. Tamaño de los principales bariones

La determinación de la densidad transversal según el método de Miller consigue eliminar los efectos distorsionadores provocados por las partículas incidentes. Sin embargo, la modificación de la solución de onda provocada por el impacto de las partículas utilizadas para el experimento (fotones, electrones,...) es un concepto fundamental para la comprensión del mundo subatómico. Conforme aumentamos la energía de impacto la modificación es mayor, hasta que todas las ondas aparentan ser objetos puntuales. La energía a la que esto sucede es dependiente de la energía de enlace, por eso los muones aparentan ser partículas puntuales, mientras que en los nucleones

tenemos acceso a un rango de energías que nos permiten conocer su estructura interna. Una vez sobrepasado este rango, se comportan como conformados por tres partículas puntuales. (los famosos e inexistentes quarks, que no son más que un reflejo de las dos o tres ondas de los mesones y bariones). En las siguientes secciones se desarrollarán estas ideas con mayor profundidad.

6.2. Estudio tradicional de la difusión de partículas. Factores de forma.

Existen infinidad de trabajos que exponen el tratamiento tradicional de la difusión de electrones para obtener la estructura interna de los nucleones, por lo que solo se expondrá brevemente el asunto.

La sección eficaz para un choque entre un electrón / positrón y un objeto con carga no puntual (nucleón por ejemplo) es igual al producto de la sección eficaz de Mott (la correspondiente a una carga puntual) multiplicada por un factor de forma $F(q^2)$, que corresponde a la influencia de la distribución de la densidad de carga, dependiente del cuadrimomento transferido.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} \cdot F(q^2)$$

En general para describir el choque elástico entre un electrón y un nucleón son necesarios dos factores de forma, el factor de forma de Dirac F_1 , que describe las componentes del choque sin helicidad (objetos sin espín), y el factor de forma de Pauli F_2 , que describe los componentes del choque en los que interviene la helicidad (objetos con espín). Dado que estos factores de forma no son muy intuitivos Sachs propuso el uso de otros dos factores de forma, llamados factor de forma eléctrico G_E y factor de forma magnético G_M , que se obtienen como combinaciones lineales de F_1 y F_2 .

$$G_E(Q^2) = F_1(Q^2) - \frac{Q^2}{4M^2} F_2(Q^2)$$

$$G_M(Q^2) = F_1(Q^2) + F_2(Q^2)$$

Sachs interpretaba que el factor de forma eléctrico G_E era igual a la transformada de Fourier en 3 dimensiones de la distribución de carga.

$$G_E(q) = \int e^{\frac{iqr}{\hbar}} \rho(r) d^3r$$

Con q igual al cuadrimomento intercambiado entre las partículas, que para una distribución con simetría esférica se reduce a

$$G_E(q) = \int 4\pi \rho(r) \frac{\sin(qr/\hbar)}{qr/\hbar} r^2 dr$$

Lo que ha sido utilizado para determinar las distribuciones internas de carga a partir de los facto-

res de forma obtenidos experimentalmente. En teoría sería posible determinar completamente la distribución de carga únicamente a partir del factor de forma. En la práctica, debido a la dificultad para determinar el factor de forma a valores muy elevados de q , se debe asumir un modelo para la distribución de carga determinado por un pequeño número de parámetros, y ajustar estos para concordar lo más posible con los datos experimentales.

Este modelo en principio no tiene en cuenta las modificaciones que puedan producirse en las partículas durante el choque y tampoco considera la energía inicial de las partículas utilizadas en la difusión, solo la transferida.

Posteriormente Miller mediante la introducción de consideraciones relativistas considera que la interpretación de Sachs es errónea y sugiere la medición de la densidad transversal de carga como una transformada de Fourier en dos dimensiones del factor de forma de Dirac F_1 . Esta interpretación es la correcta, como veremos más adelante.

6.3. Modificación de las partículas por el proceso de difusión

Las partículas que reciben el impacto deben ser modificadas por este. Aquí se exponen tres mecanismos que actúan consecutivamente en función de la energía utilizada o intercambiada en la difusión.

6.3.1. Choques elásticos. Ligera deformación.

La transmisión del momento en un choque elástico no puede ser instantánea, de hecho, si observamos dos esferas metálicas chocando comprobaremos que en el momento del choque ambas se deforman, acumulando la energía cinética en forma de energía elástica y luego transformándola otra vez en energía cinética. Ahora bien, podemos pensar que al tratarse de fuerzas a distancia la analogía no es válida, pero esto no implica que la deformación no se produzca igualmente, estamos hablando de la parte que corresponde al factor de forma (la debida a la distribución interna de carga), no la parte que corresponde a la carga considerada puntual.

Por tanto las partículas se deforman, ¿pero cuanto?. Bueno, en solo ondas el tamaño de la partícula depende de la masa de onda $a_0 = \frac{\hbar c}{\sqrt{2}mc^2}$, si la onda acumula energía, su masa debe aumentar y por tanto su tamaño debe disminuir.

Solo queda relacionar la energía intercambiada con el momento transmitido para poder determinar la influencia de este efecto en el factor de forma. Si llamamos a α al tanto por uno que se almacena en la partícula a estudiar (que sería 0,5 en la mayoría de los casos tendremos)

$$\alpha \cdot q = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

elevando al cuadrado

$$\alpha^2 \cdot q^2 = \frac{m_0^2 v^2}{1 - v^2/c^2}$$

$$\alpha^2 \cdot q^2 - q^2 v^2 / c^2 = m_0^2 v^2 \Rightarrow v^2 = \alpha^2 \cdot \frac{q^2}{q^2 / c^2 + m_0^2}$$

la masa se incrementará por tanto en

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \alpha^2 \cdot \frac{q^2}{q^2 + m_0^2 c^2}}}$$

y consecuentemente el radio de Bohr disminuirá en la misma proporción

$$\dot{a}_0 = a_0 \cdot \sqrt{1 - \alpha^2 \cdot \frac{q^2}{q^2 + m_0^2 c^2}}$$

Es de observar que cuando $q \gg m_0$ entonces $\dot{a}_0 \cong a_0 \cdot \sqrt{1 - \alpha^2}$

Es decir, existe un límite a la deformación. Para el caso de los mesones, que se comportan como una sola onda el coeficiente de reparto α tendría un valor igual 0,5 y la máxima deformación posible sería igual a $\dot{a}_0 \cong a_0 \cdot \sqrt{1 - 0,5^2} = 0,866a_0$. Para el caso de los bariones, que se han postulado formados por tres ondas, de las cuales habitualmente solo poseen carga eléctrica las dos más internas α sería igual a 0,25 y por tanto $\dot{a}_0 \cong a_0 \cdot \sqrt{1 - 0,25^2} = 0,9682a_0$. Vemos que las tres ondas de los bariones son mucho más rígidas que las dos (una) ondas de los mesones. Sin embargo se obtienen mejores ajustes si se considera que la onda más externa de los bariones almacena ligeramente más energía que la interna, proporcionalmente a su tamaño.

6.3.2. Velocidades relativistas. Influencia de la contracción de Lorentz en la distribución de carga.

En la hipótesis aquí expuesta la contracción de Lorentz es una contracción real de las partículas debida a las condiciones de contorno que impone el espacio anisotrópico de las dimensiones compactadas a la transmisión de las ondas en su seno. Por tanto, provoca una modificación en la distribución de carga. Supongamos una hadrón que se desplaza a velocidades altamente relativistas (ya por ser la partícula incidente, ya sea el blanco en su retroceso):

De una distribución con simetría esférica en tres dimensiones pasaríamos a una distribución plana anular. Para poder estimarlo simplemente hay que multiplicar la distribución de carga esférica por la superficie de una esfera, es decir $4\pi r^2$, ya que toda la carga del casquete esférico a un radio determinado r pasaría a concentrarse en un anillo del disco resultante a la misma distancia r .

Influencia de la contracción de Lorentz	
Velocidades bajas	Velocidades altamente relativistas
$\rho(r) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{a_0} \right)^3 e^{-2r/a_0}$	$\rho(r) = 4r^2 \left(\frac{1}{a_0} \right)^3 e^{-2r/a_0}$

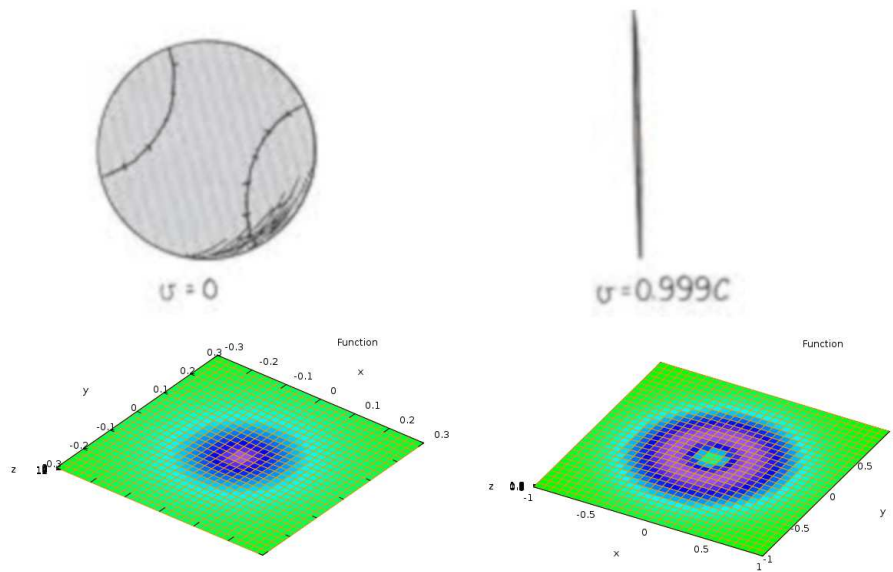


Figura 6.7. Deformación relativista

Luego a muy altas velocidades $\rightarrow \rho(r) = 4r^2 \left(\frac{1}{a_0} \right)^3 e^{-2r/a_0}$ (Normalizado a la unidad)

Debido a que este disco siempre es perpendicular a la velocidad de las partículas el calculo de la transformada de Fourier se simplifica considerablemente, pues se puede reducir a una integral monodimensional.

$$F(q) = \int 4r^2 \rho(r) e^{\frac{iqr}{\hbar}} dr.$$

Como los factores de forma se miden con respecto al sistema de referencia del laboratorio, habría que distinguir si las partículas a estudiar se encuentran en reposo con respecto al laboratorio (la mayor parte de los experimentos relativos a nucleones) o son las partículas incidentes. (los experimentos con piones, por ejemplo).

En el caso de ser partículas incidentes la deformación sera solo función de la energía inicial de las partículas. En caso de encontrarse en reposo la deformación también será función del momento intercambiado, como veremos más adelante cuando estudiemos el protón.

6.3.3. Modificación del modo de vibración.

Para el caso de partículas incidentes y si la energía cinética propia es suficiente en el momento de la interacción se modifica el modo de vibración de la partícula reduciendo su radio en dos, cuatro, ocho, ... veces, almacenando de esta manera la energía que luego será repartida entre las partículas si se trata de choques elásticos. Es el caso típico de difusión utilizando partículas ultrarelativistas.

Para el caso en que las partículas estudiadas se encuentren en reposo en relación al marco de referencia del laboratorio la energía disponible para esta deformación solo puede provenir de la transferida por la partícula incidente, por tanto este efecto no es muy frecuente en los choques elásticos, pero si en los choques inelásticos donde se absorbe una gran cantidad de energía, en cuyo caso depende de la masa invariante W , que representa la energía absorbida momentáneamente por la partícula y eliminada posteriormente mediante la emisión de rayos gamma y / o una lluvia hadrónica.

6.4. Factor de forma del protón

Resultados experimentales

La determinación experimental de los factores de forma del protón se realizó inicialmente en los años 50 mediante el método de separación de Rosenbluth, que está basado en que la interacción entre las partículas puede describirse mediante el intercambio de un único fotón virtual, es decir, cada protón interactúa con una única partícula incidente. Las primeras mediciones dieron como resultado que el factor de forma podía aproximarse a un dipolo de la siguiente manera.

$$G_E(q^2) = \frac{1}{\left(1 + \frac{q^2}{0.71}\right)^2}$$

Las medidas experimentales fueron mejorándose continuamente hasta finales de la década de los noventa en experimentos en que no se tenía en cuenta la polarización de las partículas implicadas. De esta época data la parametrización de Bostter

$$G_E(Q^2) = \frac{1}{1 + 0.62Q + 0.68Q^2 + 2.80Q^3 + 0.83Q^4}$$

Posteriormente fue desarrollado un método para determinar los factores de forma basado en la polarización de las partículas en retroceso. Este método, llamado de recoil polarization ha proporcionado resultados no compatibles con el método anterior, especialmente en la determinación de G_E .

Posteriormente se ha intentado, con mayor o menor éxito, igualar los resultados de los dos métodos mejorando por un lado las correcciones radiativas, y por otro considerando que la interacción entre las partículas se puede describir mediante el intercambio de dos fotones virtuales, en vez de solo uno (es decir, cada protón puede ser golpeado más de una vez). De cualquier forma, los datos experimentales se reparten de forma bastante dispersa. El gráfico tomado de [10] así lo muestra.

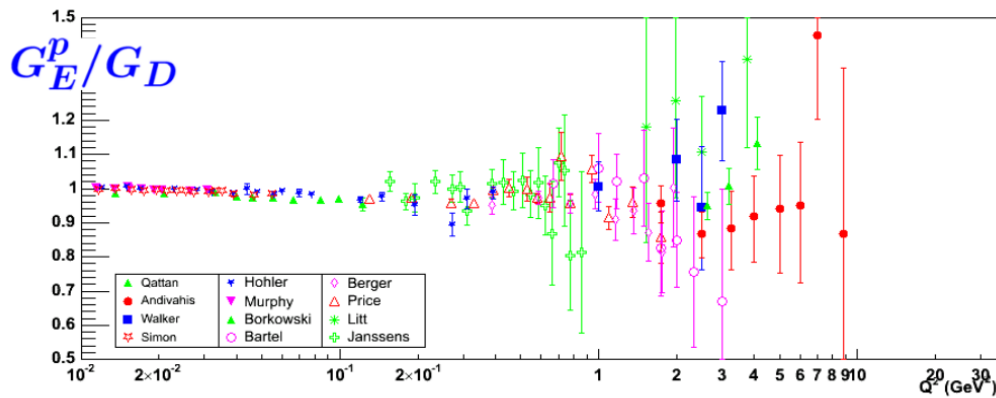


Figura 6.8. Resultados experimentales

Estructura interna teórica.

Anteriormente habíamos determinado que el barión estable de menor masa posible debería estar compuesto por:

Onda 0 : 27 partones. Onda 1: 26 partones Onda 3: 1 partón.

El porcentaje de bariones cargados se determinó de manera que los valores de masa y momento magnético se ajustasen lo máximo a los valores experimentales, resultando

PROTÓN	Carga electrofuerte	Carga eléctrica	Radio de Bohr
Onda 0	-27	-9	0,3161 fm
Onda 1	+26	+10	0,3281 fm
Onda 2	+1	0	8,624 fm

Densidad de carga teórica

La densidad de carga eléctrica será entonces igual a:

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi} \left[-9 \left(\frac{1}{0.3161} \right)^3 e^{-2r/0.3161} + 10 \left(\frac{1}{0.3281} \right)^3 e^{-2r/0.3281} \right]$$

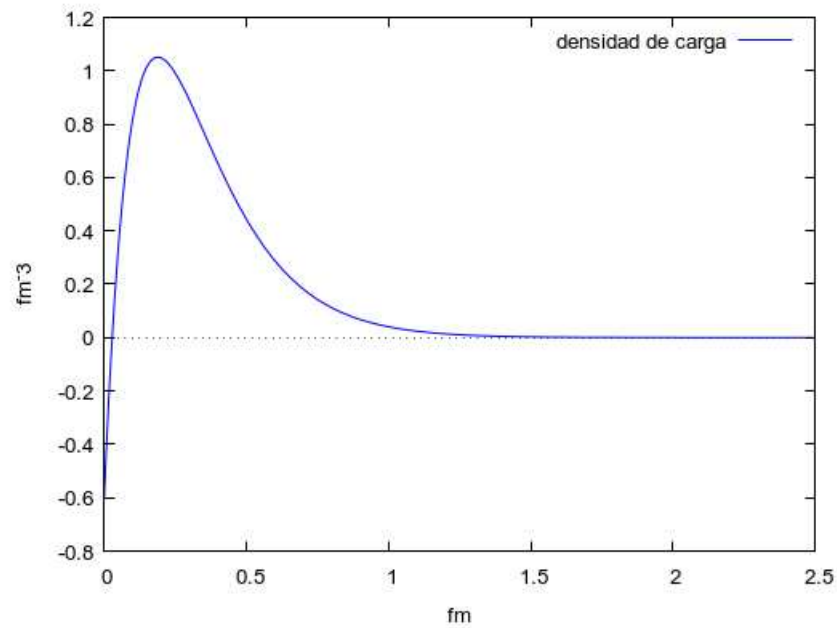


Figura 6.9. Densidad de carga teórica protón

normalizado a 3 dimensiones.

Factor de forma teórico sin correcciones.

La transformada de Fourier de la función exponencial $\frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{a} \right)^3 e^{-2r/a}$ supuesta simetría esférica es conocida e igual a

$$F = \frac{16}{(a^2 \cdot q^2 + 4)^2} \text{ si normalizamos para que } F(0)=1.$$

Como la transformada de Fourier de una combinación lineal de funciones es igual a la combinación lineal de las transformadas de dichas funciones entonces podemos escribir:

$$F(q^2) = -9 \cdot \frac{16}{(a_0^2 \cdot q^2 + 4)^2} + 10 \cdot \frac{16}{(a_1^2 \cdot q^2 + 4)^2}$$

con $a_0 = 0,3161 \text{ fm}$ y $a_1 = 0,3281 \text{ fm}$.

Relación que podemos representar comparándola con los datos originales de Hofstadter en [12].

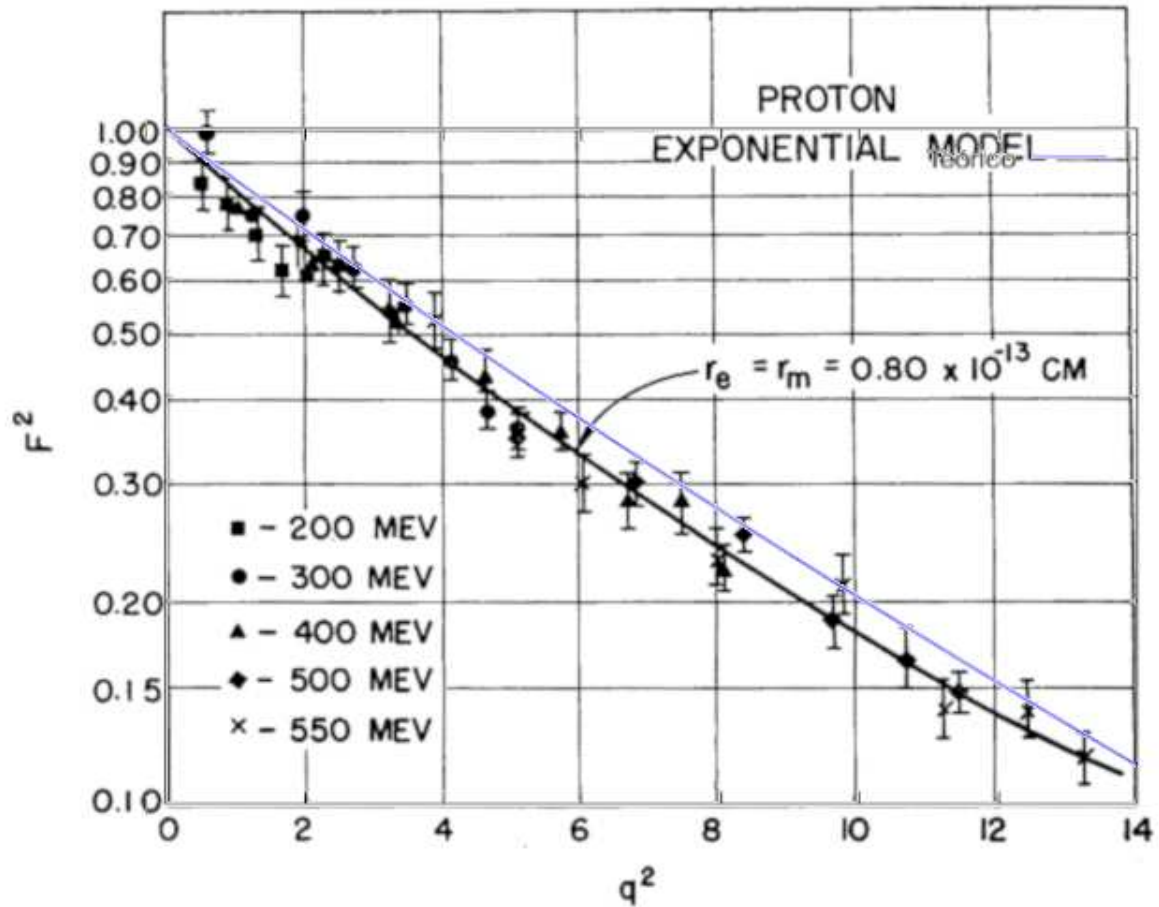


Figura 6.10. Comparación con los datos de Hofstadter

Lo que supone una aproximación bastante razonable.

Corrección por deformación elástica

Anteriormente se determinó que la contracción debida al choque elástico de dos partículas sería igual a

$$\dot{a}_0 = a_0 \cdot \sqrt{1 - \alpha^2 \cdot \frac{q^2}{q^2 + m_0^2 c^2}}$$

donde α representaba el tanto por uno del momento intercambiado. Como los protones están formados por tres ondas, pero solo las dos más internas tienen carga eléctrica supondremos que el leptón incidente absorbe el 50% del momento intercambiado q y que las dos ondas más internas del protón se reparten el momento entre ellas, pero absorbiendo ligeramente más (un 6% aproximadamente) la más externa. Por tanto quedaría

$$F(q^2) = -9 \cdot \frac{16}{(\dot{a}_0^2 \cdot q^2 / 0.039 + 4)^2} + 10 \cdot \frac{16}{(\dot{a}_1^2 \cdot q^2 / 0.039 + 4)^2}$$

obsérvese el factor 0,039 para poder usar GeV.

$$\text{con } \dot{a}_0 = a_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0.25 \cdot 0.485)^2 \cdot q^2}{q^2 + 0.47^2}} \text{ y } \dot{a}_1 = a_1 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0.25 \cdot (1 - 0.485))^2 \cdot q^2}{q^2 + 0.47^2}}$$

que representándolo nuevamente contra la aproximación de dipolo quedaría

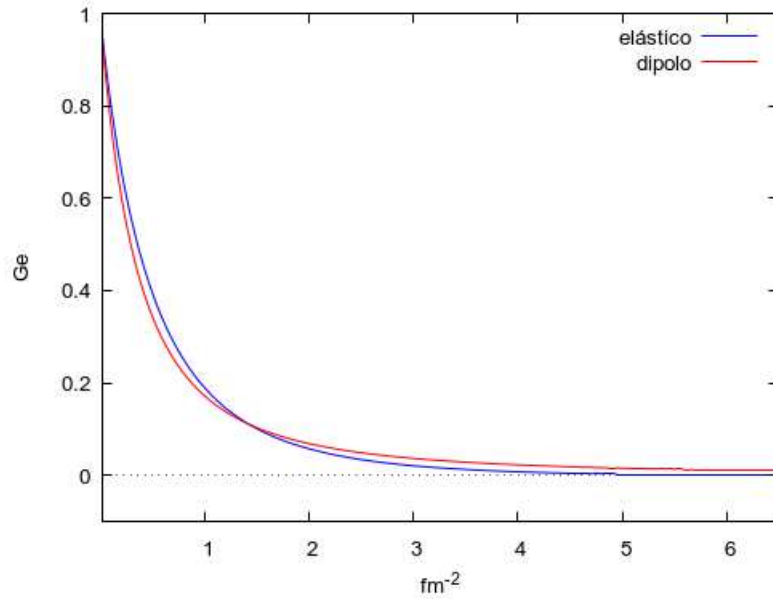


Figura 6.11. Corrección por deformación elástica

Podemos compararla con los datos obtenidos en las últimas mediciones utilizando el método de difusión polarizada en [20] y [13].

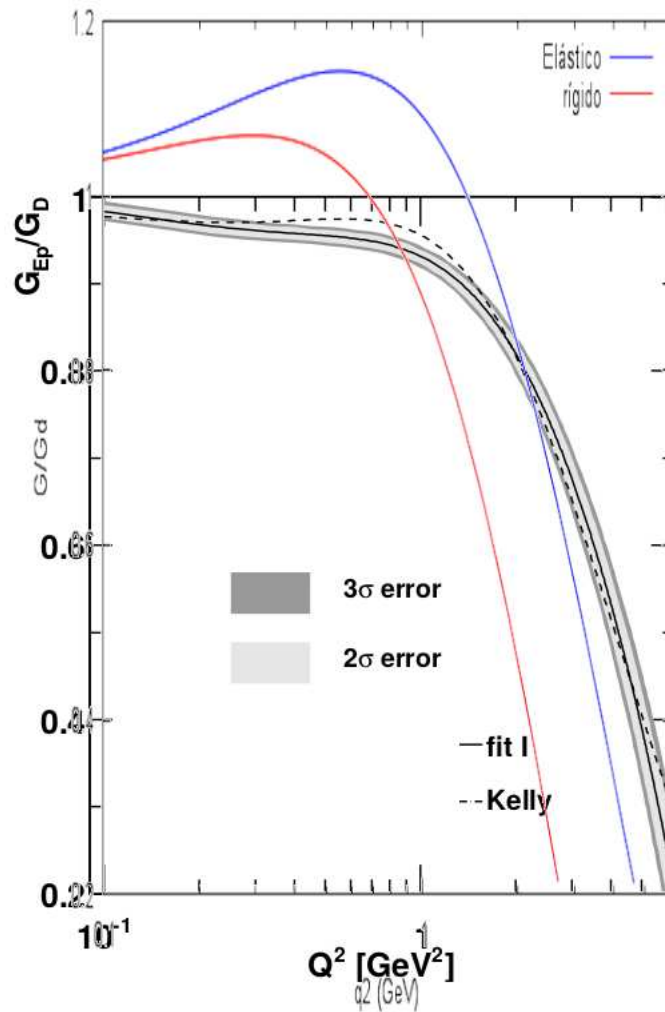


Figura 6.12. Comparación con los datos de difusión polarizada

No presenta un ajuste perfecto, pero en todo caso mucho mejor que la aproximación de dipolo.

Corrección por contracción de Lorentz

Como ya hemos visto en el punto anterior la densidad de carga se modifica:

$$\rho(r) = 4 \cdot r^2 \left[-9 \left(\frac{1}{a_0} \right)^3 e^{-2r/a_0} + 10 \left(\frac{1}{a_1} \right)^3 e^{-2r/a_1} \right]$$

$$\text{con } \dot{a}_0 = a_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0.25 \cdot 0.485)^2 \cdot q^2}{q^2 + 0.47^2}} \text{ y } \dot{a}_1 = a_1 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0.25 \cdot (1 - 0.485))^2 \cdot q^2}{q^2 + 0.47^2}}$$

Dado que el disco aplanado siempre es perpendicular al movimiento la transformada de Fourier de esta densidad de carga se reduce a una integral simple:

$$F(q) = \int_0^\infty \rho(r) e^{-iqr} dr$$

definida como es habitual en física

Como la densidad de carga es un número real podemos obtener fácilmente la parte real e imaginaria de la transformada de Fourier

$$F(q) = f_1 + if_2 = \int_0^\infty \rho(r) \cos(qr) dr - i \int_0^\infty \rho(r) \sin(qr) dr$$

Por tanto

$$f_1(q) = \int_0^\infty 4 \cdot r^2 \left[-9 \left(\frac{1}{a_0} \right)^3 e^{-2r/a_0} + 10 \left(\frac{1}{a_1} \right)^3 e^{-2r/a_1} \right] \cos(qr) dr$$

$$f_2(q) = \int_0^\infty 4 \cdot r^2 \left[-9 \left(\frac{1}{a_0} \right)^3 e^{-2r/a_0} + 10 \left(\frac{1}{a_1} \right)^3 e^{-2r/a_1} \right] \sin(qr) dr$$

Nota: f1 y f2 no se corresponden con las funciones de forma de Dirac y Pauli.

Las dos integrales se pueden resolver simbólicamente con wxmáxima y representar después la amplitud total $G_E = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$ para $r=0$, comparándolo con la aproximación de dipolo y con la curva corregida por deformación elástica.

$$f_1 = \frac{36 \cdot (24a_0^4 q - 2a_0^6 q^3)}{a_0^3 \cdot (a_0^6 q^6 + 12a_0^4 q^4 + 48a_0^2 q^2 + 64)} - \frac{40 \cdot (24a_1^4 q - 2a_1^6 q^3)}{a_1^3 \cdot (a_1^6 q^6 + 12a_1^4 q^4 + 48a_1^2 q^2 + 64)}$$

$$f_2 = \frac{40 \cdot (12a_1^5 q^2 - 16a_1^3)}{a_1^3 \cdot (a_1^6 q^6 + 12a_1^4 q^4 + 48a_1^2 q^2 + 64)} - \frac{36 \cdot (12a_0^5 q^2 - 16a_0^3)}{a_0^3 \cdot (a_0^6 q^6 + 12a_0^4 q^4 + 48a_0^2 q^2 + 64)}$$

y por tanto

$$G_E = \sqrt{\left(\frac{36 \cdot (24a_0^4 q - 2a_0^6 q^3)}{a_0^3 \cdot (a_0^6 q^6 + 12a_0^4 q^4 + 48a_0^2 q^2 + 64)} - \frac{40 \cdot (24a_1^4 q - 2a_1^6 q^3)}{a_1^3 \cdot (a_1^6 q^6 + 12a_1^4 q^4 + 48a_1^2 q^2 + 64)} \right)^2 + \left(\frac{40 \cdot (12a_1^5 q^2 - 16a_1^3)}{a_1^3 \cdot (a_1^6 q^6 + 12a_1^4 q^4 + 48a_1^2 q^2 + 64)} - \frac{36 \cdot (12a_0^5 q^2 - 16a_0^3)}{a_0^3 \cdot (a_0^6 q^6 + 12a_0^4 q^4 + 48a_0^2 q^2 + 64)} \right)^2}$$

Sin embargo, esta deformación depende principalmente (aunque no solo) del cuádrimomento intercambiado, puesto que en los experimentos los protones suelen encontrarse en reposo respecto al sistema de referencia del laboratorio. Mediante consideraciones análogas a las del punto 3.1 la contracción de Lorentz en función del cuádrimomento intercambiado será igual a $f = \sqrt{1 - \frac{q^2}{q^2 + m_0^2 c^2}}$. Como aproximación para estudiar los estados en los que los blancos presentan deformaciones intermedias podemos utilizar la media entre el factor de forma elástico y el deformado por Lorentz ponderada por el grado de deformación de Lorentz de esta manera.

$$G_{Est} = (1-f)G_{ELorentz} + G_{Elástico} \cdot (f)$$

Los datos experimentales deberían encontrarse por tanto entre la curva estimada si el protón fuese totalmente rígido y la curva de deformación máxima posible, dependiendo de la energía de retroceso de los protones y de la técnica utilizada, pues los métodos no polarizados son más sensibles a esta deformación.

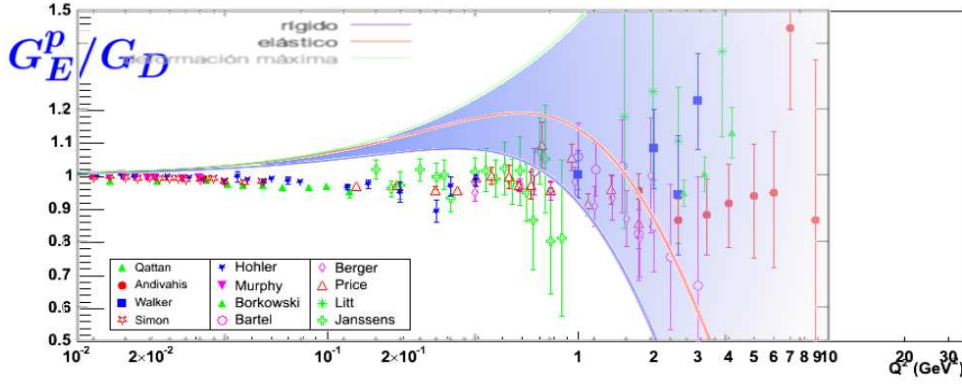


Figura 6.13.

Dado que en las parametrizaciones habituales no se ha tenido en cuenta suficientemente la velocidad de retroceso es muy probable que las curvas experimentales se ajusten a combinaciones lineales simples de las curvas de Lorentz y elástica. De hecho si representamos

$$G_{Est} = \frac{1}{2} \left[0.5 G_{ELorentz} + 0.5 G_{Elástico} \right]$$

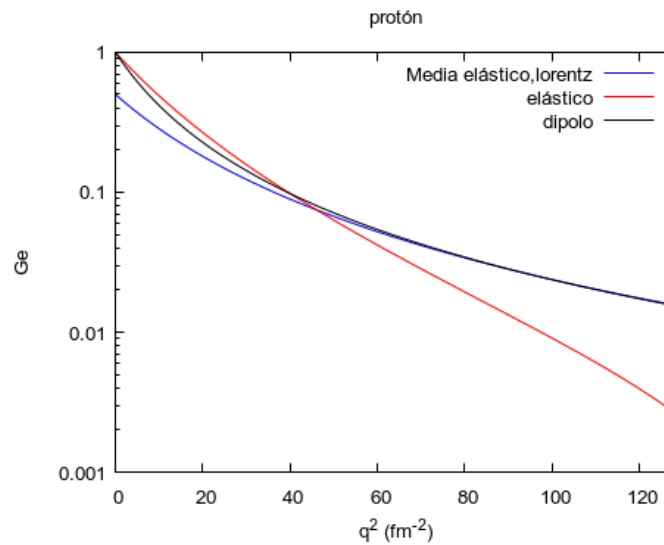


Figura 6.14.

Obsérvese como las dos curvas abrazan la aproximación de dipolo. La coincidencia de esta combinación lineal de la curva elástica con la curva de Lorentz es muy buena a grandes q^2 .

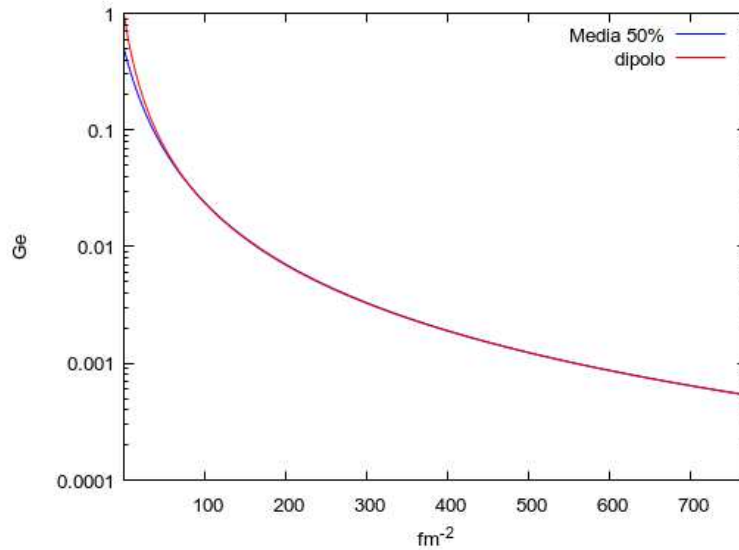


Figura 6.15.

El significado físico de esto no está claro, pero es evidente que no puede ser una coincidencia. Si analizamos la parametrización de Boster [4] obtenida con los datos de los experimentos sin polarización realizados hasta 1994 puede observarse que ya refleja la relación entre el cuadrimento intercambiado y el grado de deformación, que se traduce en una curva que se separa de la correspondiente al dipolo, acercándose a la de deformación máxima.

$$G_E(Q^2) = \frac{1}{1 + 0.62Q + 0.68Q^2 + 2.80Q^3 + 0.83Q^4}$$

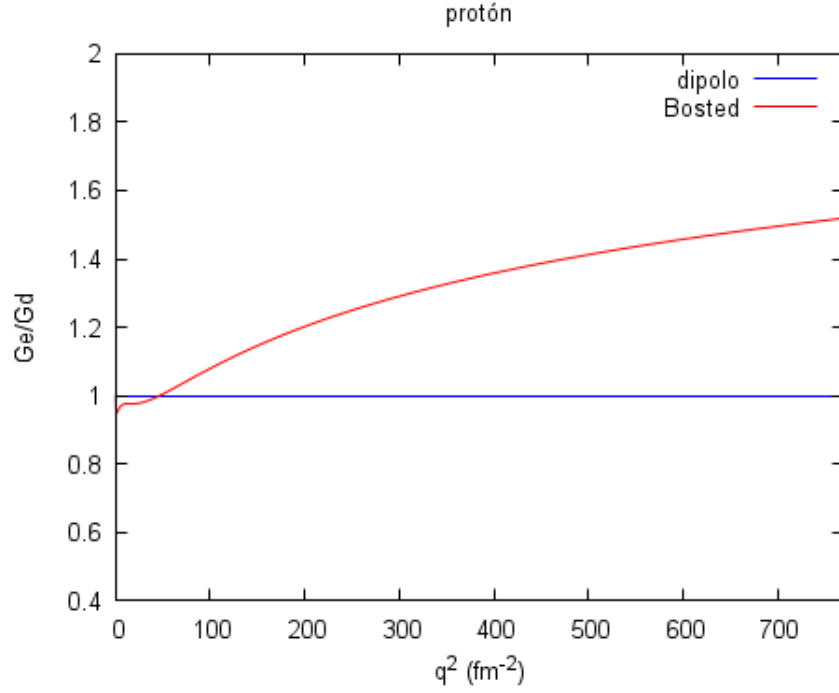


Figura 6.16. Parametrización de Bosted

Anteriormente habíamos estimado la curva de deformación máxima como:

$$G_{Est} = (1-f)G_{ELorentz} + G_{Eelástico} \cdot (f)$$

Si la representamos normalizándola por el factor $\frac{1}{4}$ y utilizando

$$\dot{a}_0 = a_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0.25 \cdot 0.485)^2 \cdot q^2}{q^2 + \frac{m_0^2}{2}}}$$

$$\dot{a}_1 = a_1 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0.25 \cdot (1 - 0.485))^2 \cdot q^2}{q^2 + \frac{m_0^2}{2}}}$$

y $m_0=0,938$ GeV, observamos un paralelismo notable.

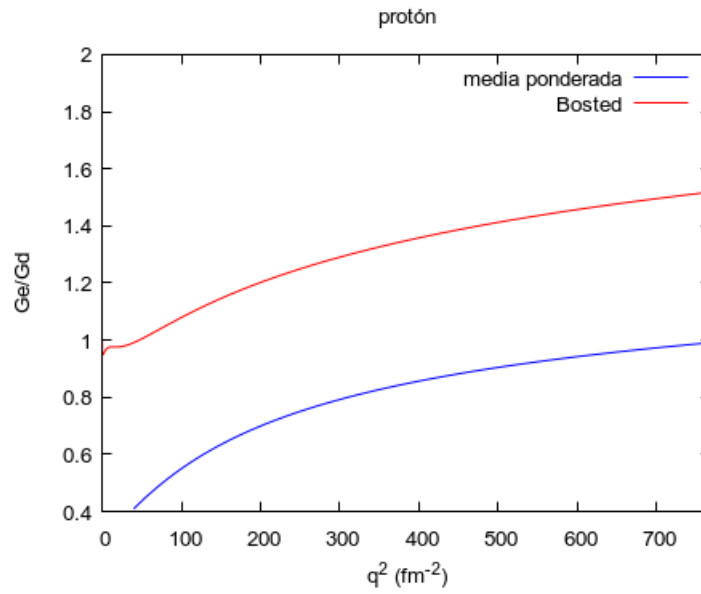


Figura 6.17.

Podemos usar la siguiente combinación lineal

$$G_{Est} = \frac{1}{2} \left[0.5 \cdot [(1-f)G_{ELorentz} + fG_{Eelástico}] + 0.5[0.5G_{ELorentz} + 0.5G_{Eelástico}] \right]$$

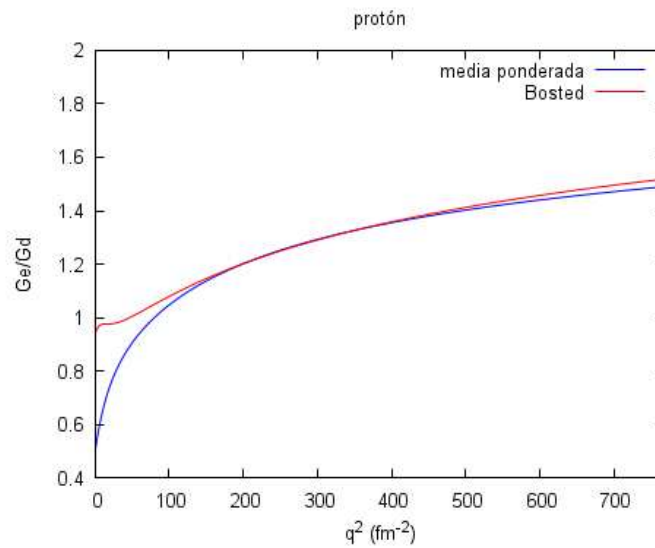


Figura 6.18. Combinación lineal. Bosted

$\frac{1}{2}$ sería el mismo factor de normalización que en la combinación que proporcionaba la aproximación de dipolo.

Modificación del modo de vibración.

La solución es análoga al punto anterior

$$G_E = \sqrt{\left(\frac{36 \cdot (24a_0^4 q - 2a_0^6 q^3)}{a_0^3 \cdot (a_0^6 q^6 + 12a_0^4 q^4 + 48a_0^2 q^2 + 64)} - \frac{40 \cdot (24a_1^4 q - 2a_1^6 q^3)}{a_1^3 \cdot (a_1^6 q^6 + 12a_1^4 q^4 + 48a_1^2 q^2 + 64)} \right)^2 + \left(\frac{40 \cdot (12a_1^5 q^2 - 16a_1^3)}{a_1^3 \cdot (a_1^6 q^6 + 12a_1^4 q^4 + 48a_1^2 q^2 + 64)} - \frac{36 \cdot (12a_0^5 q^2 - 16a_0^3)}{a_0^3 \cdot (a_0^6 q^6 + 12a_0^4 q^4 + 48a_0^2 q^2 + 64)} \right)^2}$$

Pero en este caso se considera que las partículas están totalmente deformadas tanto elásticamente como por la deformación de Lorentz y sus radios de Bohr han disminuido a la mitad o a su cuarta parte, dependiendo de la energía disponible.

Caso 1 con $\dot{a}_0 = a_0 \cdot \frac{0.9682}{2}$ y $\dot{a}_1 = a_1 \cdot \frac{0.9682}{2}$

Caso 2 con $\dot{a}_0 = a_0 \cdot \frac{0.9682}{4}$ y $\dot{a}_1 = a_1 \cdot \frac{0.9682}{4}$

Caso 3

El caso en que nos encontremos dependerá en gran medida de la masa invariante W , en efecto si partimos de su definición

$$W^2 = 2 \cdot m_0 \cdot E + m_0^2 - q^2$$

la energía perdida por la partícula incidente será

$$E = \frac{W^2 - m_0^2 + q^2}{2 \cdot m_0}$$

descartando el término del momento transferido (no utilizable para las deformaciones) nos queda

$$E = \frac{W^2 - m_0^2}{2 \cdot m_0}$$

que para el caso del protón $m_0 = 0,938 GeV$

$$E_{disponible} = \frac{W^2 - 0.938^2}{2 \cdot 0.938}$$

Para el caso 1 la energía disponible debe ser mayor que 0,938 GeV, por tanto la masa invariante mínima será de

$$W_{mínima1} = \sqrt{2 \cdot 0.938^2 + 0.938^2} = 1,62 GeV$$

Para el caso 2 la energía disponible debe ser mayor que 3 veces 0,938 GeV, luego

$$W_{mínima2} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 0.938^2 + 0.938^2} = 2,48 GeV$$

Por tanto quedarían las siguientes curvas en función de la masa invariante W :

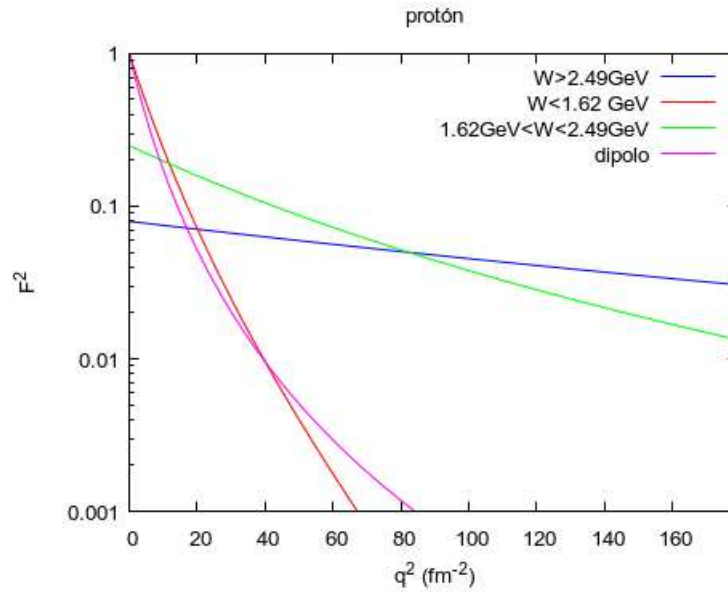


Figura 6.19. Modificación del modo de vibración

Es de observar que para el primer caso hemos normalizado dividiendo por 4 y en el segundo caso por 4π para intentar ajustarnos a las normalizaciones utilizadas en los experimentos. Podemos superponer los resultados con el gráfico obtenido de [21].

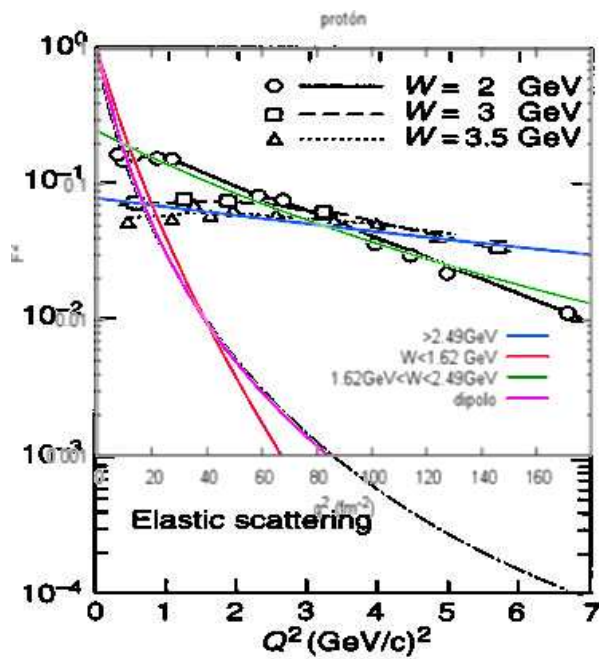


Figura 6.20. Superposición con los datos experimentales

6.5. Factor de forma del neutrón

Estructura interna teórica.

Se propone la siguiente estructura teórica para el neutrón

NEUTRÓN	Carga electrofuerte	Carga eléctrica	Radio de Bohr
Onda 0	-25	-23	0,3156 fm
Onda 1	+24	+23	0,3275 fm
Onda 2	+1	0	8,624 fm

Densidad de carga teórica

La densidad de carga eléctrica será entonces igual a :

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi} \left[-23 \left(\frac{1}{0.3156} \right)^3 e^{-2r/0.3156} + 23 \left(\frac{1}{0.3275} \right)^3 e^{-2r/0.3275} \right]$$

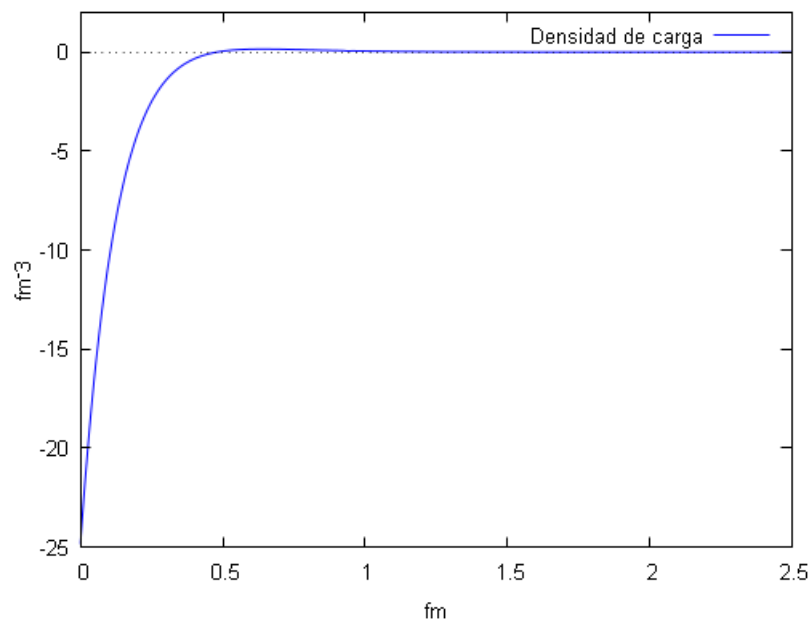


Figura 6.21. Densidad de carga teórica

Factor de forma elástico teórico.

En este caso sería

$$F(q^2) = -23 \cdot \frac{16}{(a_0^2 \cdot q^2/0.039 + 4)^2} + 23 \cdot \frac{16}{(a_1^2 \cdot q^2/0.039 + 4)^2}$$

$$\text{con } \dot{a}_0 = a_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0.25)^2 \cdot q^2}{q^2 + 0.47^2}} \text{ y } \dot{a}_1 = a_1 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0.25)^2 \cdot q^2}{q^2 + 0.47^2}}$$

$$\text{y } a_0 = 0,3156, a_1 = 0,3275$$

Que podemos representar comparándola con la parametrización obtenida de Miller [17] utilizando para ello un factor igual a $\frac{2}{23}$ para compensar las diferentes normalizaciones.

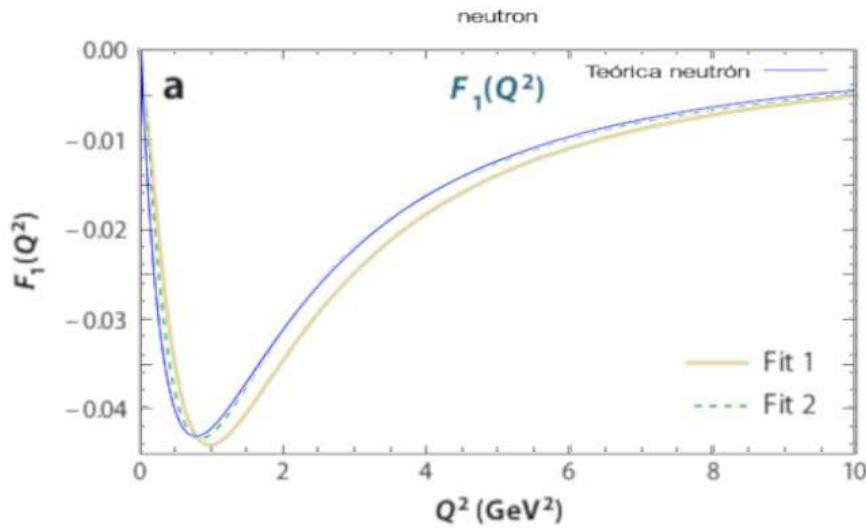


Figura 6.22. Estimación teórica

Corrección por contracción de Lorentz

En este caso la solución es

$$f_1 = \frac{92 \cdot (24a_0^4 q - 2a_0^6 q^3)}{a_0^3 \cdot (a_0^6 q^6 + 12a_0^4 q^4 + 48a_0^2 q^2 + 64)} - \frac{92 \cdot (24a_1^4 q - 2a_1^6 q^3)}{a_1^3 \cdot (a_1^6 q^6 + 12a_1^4 q^4 + 48a_1^2 q^2 + 64)}$$

$$f_2 = \frac{92 \cdot (12a_1^5 q^2 - 16a_1^3)}{a_1^3 \cdot (a_1^6 q^6 + 12a_1^4 q^4 + 48a_1^2 q^2 + 64)} - \frac{92 \cdot (12a_0^5 q^2 - 16a_0^3)}{a_0^3 \cdot (a_0^6 q^6 + 12a_0^4 q^4 + 48a_0^2 q^2 + 64)}$$

y por tanto:

$$G_E = \left(\frac{92 \cdot (24a_0^4 q - 2a_0^6 q^3)}{a_0^3 \cdot (a_0^6 q^6 + 12a_0^4 q^4 + 48a_0^2 q^2 + 64)} - \frac{92 \cdot (24a_1^4 q - 2a_1^6 q^3)}{a_1^3 \cdot (a_1^6 q^6 + 12a_1^4 q^4 + 48a_1^2 q^2 + 64)} \right)^2 + \left(\frac{92 \cdot (12a_1^5 q^2 - 16a_1^3)}{a_1^3 \cdot (a_1^6 q^6 + 12a_1^4 q^4 + 48a_1^2 q^2 + 64)} - \frac{92 \cdot (12a_0^5 q^2 - 16a_0^3)}{a_0^3 \cdot (a_0^6 q^6 + 12a_0^4 q^4 + 48a_0^2 q^2 + 64)} \right)^2$$

Podemos representar las curvas elástica y de Lorentz con la misma normalización utilizada anteriormente $\frac{2}{23}$. Se observa claramente que gran parte de los resultados experimentales recae entre dichas curvas. Esto se explica por el diferente grado de contracción de Lorentz que sufren los blancos estacionarios de Deuterio y / o Helio 3 [3].

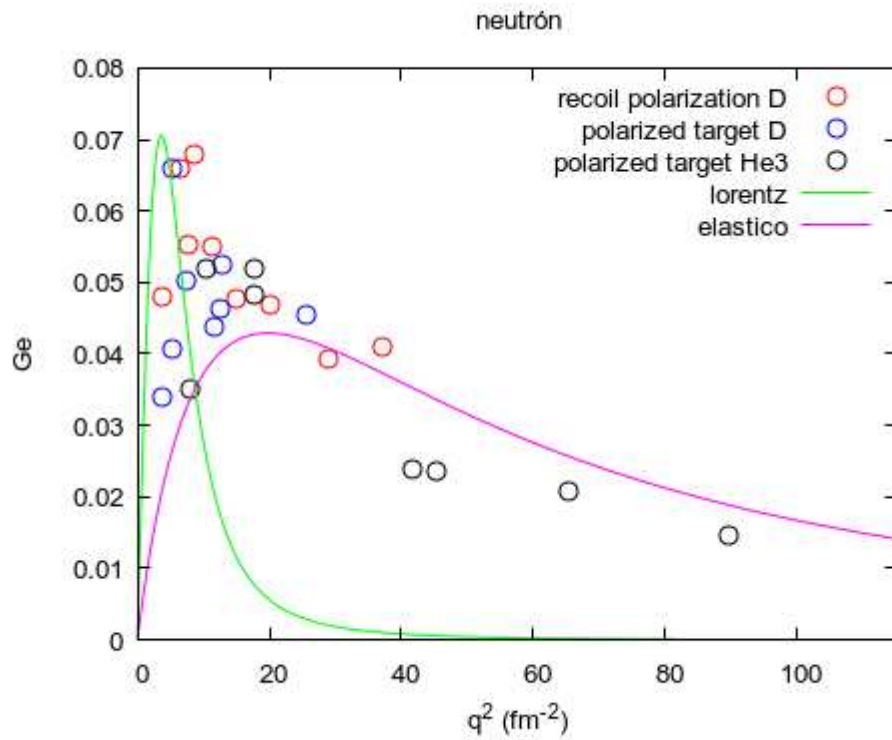


Figura 6.23. Conjunto de datos experimentales

6.6. Factor de forma del pión

Estructura interna teórica.

De acuerdo al sistema multilineal de masas de Palazzi [19] se propone la siguiente estructura teórica para el pión

PIÓN	Carga electrofuerte	Carga eléctrica	Radio de Bohr
Onda 0	+4	+2	2,09 fm
Onda 1	-4	-1	2,09 fm

Densidad de carga teórica.

La densidad de carga eléctrica será entonces igual a :

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{2.09} \right)^3 e^{-2r/2.09}$$

que podemos representar

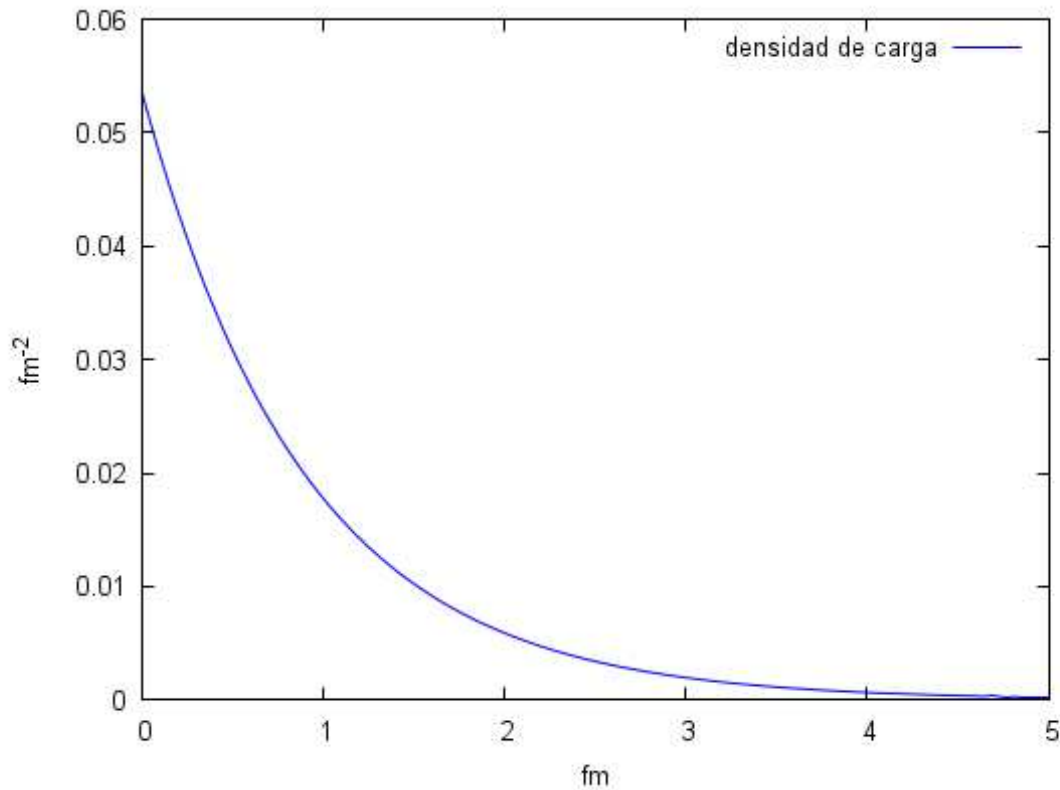


Figura 6.24. Densidad de carga teórica del pión.

Datos experimentales

Los experimentos para determinar el factor de forma de los piones no pueden realizarse con los piones en reposo respecto al marco de referencia del laboratorio, presentando además grandes energías, superiores siempre a 50 GeV. Según [6] el factor de forma del pión puede ser parametrizada según un ajuste empírico de la siguiente forma

$$G_{E\pi}(Q^2) = A \frac{1}{1 + BQ^2} + (1 - A) \frac{1}{(1 + CQ^2)^2} \text{ donde } A=0.384, B= 1.203 \text{ and } C=1.054$$

Con datos fiables hasta un valor de q^2 de 3 (GeV / c)² aproximadamente.

Limite a la deformación de los piones

Dado que en los trabajos experimentales los piones son altamente energéticos deben utilizarse todas las correcciones analizadas en este trabajo, deformación elástica, deformación completa de Lorentz y disminución del radio de Bohr. Recordemos que la máxima deformación elástica posible en los mesones era:

$$\dot{a}_0 \cong a_0 \cdot \sqrt{1 - 0,5^2} = 0,866a_0$$

Para determinar el grado máximo de deformación alcanzable por el pión se ha representado la vida media de los mesones con carga eléctrica frente a su masa. En el mismo gráfico se han representado las masas del pión excitado al disminuir el radio de Bohr en potencias de 2 como líneas verticales y el límite de vida media de 10^{-20} s como límite arbitrario de detectabilidad.

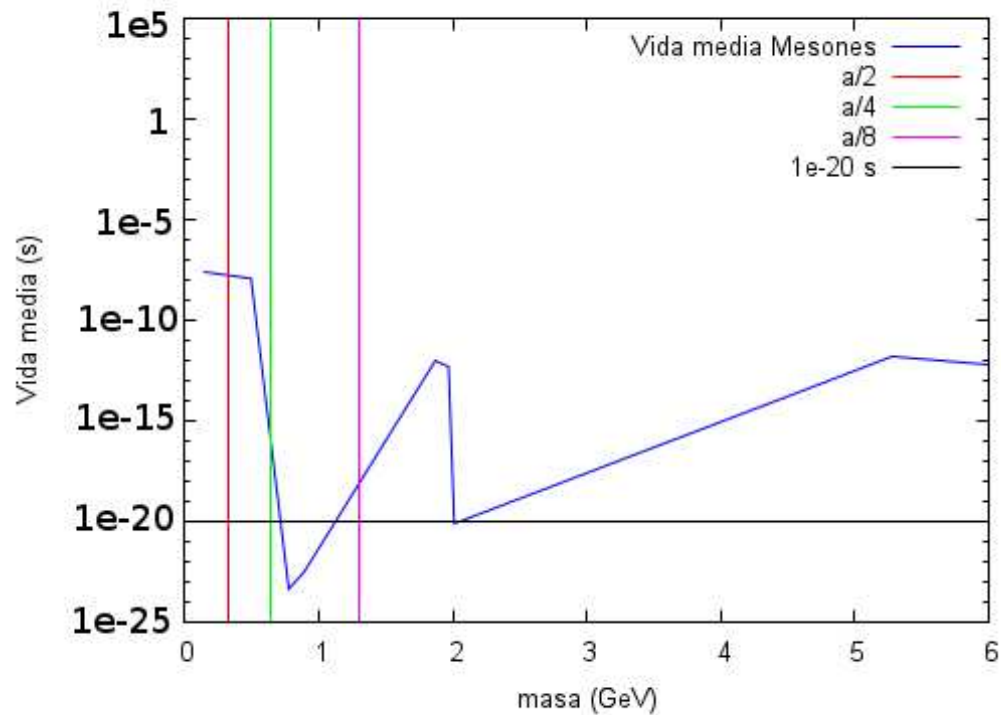


Figura 6.25. Vida media de los mesones vs Múltiplos de masa del Pión

Puede observarse que entre $a/4$ y $a/8$ se encuentra una zona de alta inestabilidad, por lo que es de esperar que los piones que se deformen más que $a/4$ no alcancen los detectores y por tanto no contribuyan al factor de forma. Podemos representar la densidad teórica normalizada a 2D utilizando $a_0 = 2.09 \cdot 0.866/4$ (en verde) para comparar con la densidad transversal obtenida por Miller.

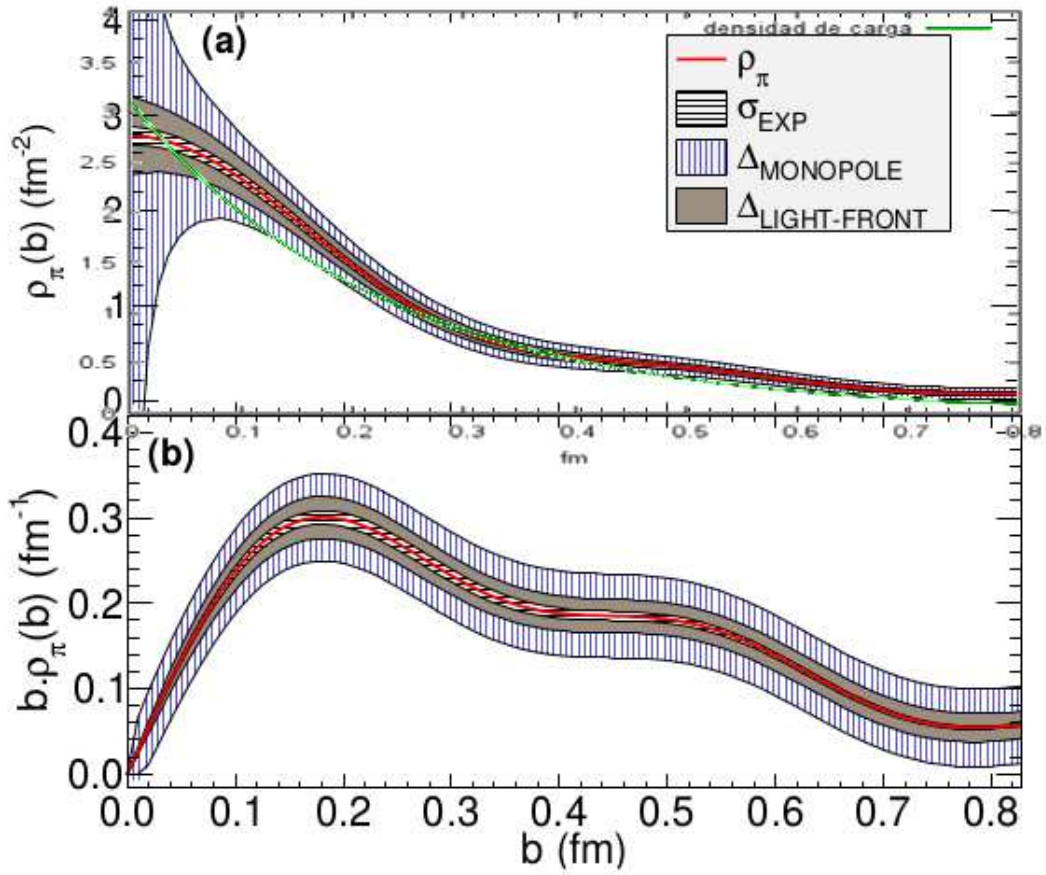


Figura 6.26. Comparación con densidad experimental de Miller

Factor de forma teórico.

Actuando de forma análoga el factor de forma supuesta una deformación de Lorentz completa será:

$$G_E(q^2) = \sqrt{\left(\frac{4(12a_0^5 q - 16a_0^3)}{a_0^3(a_0^6 q^3 + 12a_0^4 q^2 + 48a_0^2 q^1 + 64)} \right)^2 + \left(-\frac{4(24a_0^4 q^{0.5} - 2a_0^6 q^{1.5})}{a_0^3(a_0^6 q^3 + 12a_0^4 q^2 + 48a_0^2 q^1 + 64)} \right)^2}$$

$$a_0 = 2.09/4 \cdot 0.866$$

que podemos representar frente a la parametrización de Miller hasta 3 GeV / c², ya que los datos experimentales a mayor q² adolecen de falta de precisión. Como puede comprobarse, es una buena aproximación, pero no exacta.

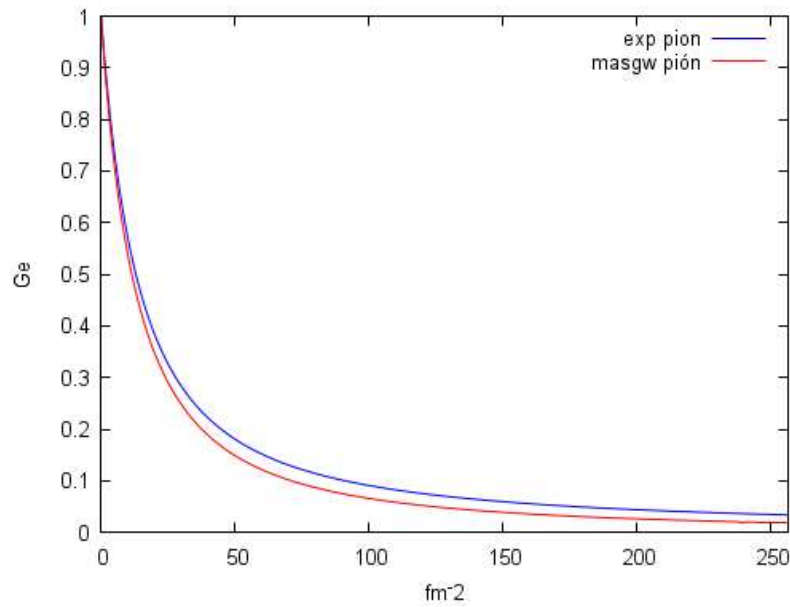


Figura 6.27. Comparación curva teórica frente a parametrización de Miller

Simplemente considerando que algunos piones deformados a $a/8$ consiguen llegar a los detectores es posible alcanzar un ajuste muy bueno en el rango 0-3 GeV / c si consideramos una relación 90-10%.

$$G_E(q^2) = \frac{90}{100} G_E(q^2)_{a/4} + \frac{10}{100} G_E(q^2)_{a/8}$$

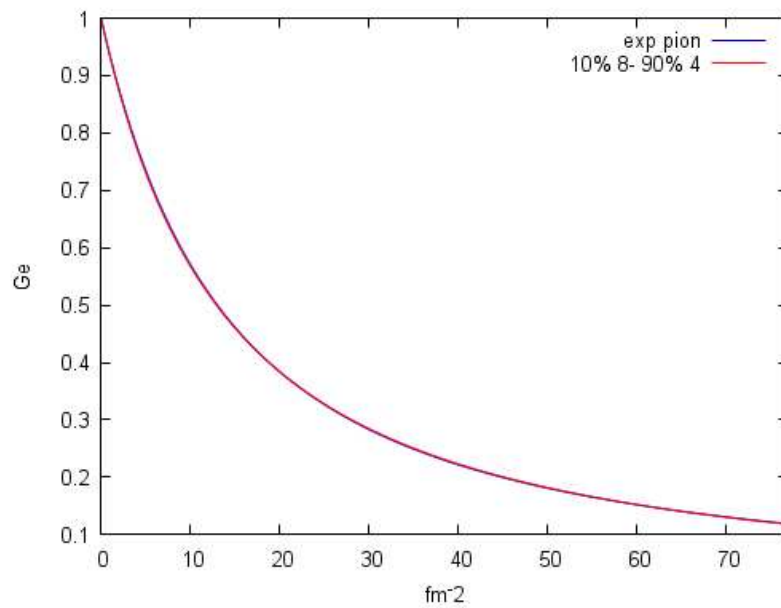


Figura 6.28. 90% a / 4 - 10% a / 8

6.7. Factor de forma del muón

Estructura interna teórica.

De acuerdo al sistema multilineal de masas de Palazzi [19] se propone la siguiente estructura teórica para el muón

MUÓN	Carga electrofuerte	Carga eléctrica	Radio de Bohr
Onda 0	-3	-2	2,793 fm
Onda 1	+2	+1	4,178 fm
Onda 2	+1	0	8,429 fm

Densidad de carga teórica

La densidad de carga eléctrica será entonces igual a :

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi} \left[-3 \left(\frac{1}{2,793} \right)^3 e^{-2r/2,793} + 2 \left(\frac{1}{4.178} \right)^3 e^{-2r/4.178} \right]$$

Que podemos representar

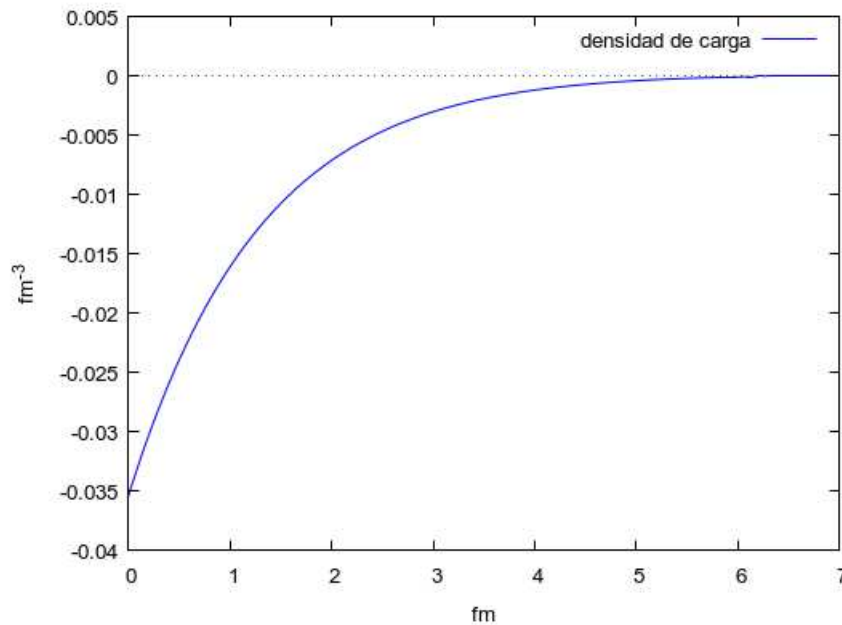


Figura 6.29. Densidad de carga teórica del muón

Datos experimentales

Normalmente en los experimentos se utilizan haces de muones altamente energéticos, del orden de centenares de GeV. El grado de compresión teóricamente posible es tan alto que no es raro que actualmente se considere al muón como una partícula puntual, igual que al electrón. Es posible comparar la posible diferencia entre el factor de forma del protón extraído mediante scattering con muones o electrones para estudiar la estructura del muón. En experimentos realizados en la década de los setenta se utilizaron haces de muones relativamente poco energéticos, del orden de 5.3 a 7.8 GeV [14], se encontró que la leve diferencia entre los factores de forma del protón extraídos con electrones o muones podía ser expresada mediante una función

$$r(q^2) = \frac{G^2_{(\mu-p)}}{G^2_{(e-p)}}$$

, donde $G(q^2)$ es el factor de forma del protón. Ajustándolo a un dipolo de la forma

$$r(q^2) = \frac{N}{(1 + q^2/\Lambda^2)^2}$$

se obtuvo que el mejor ajuste se conseguía con $N=1.043\pm0.080$ y $\Lambda^{-2} = +0.064 \pm 0.056 (GeV/c)^2$

Lo que implica que el factor de forma del muón sería.

$$G_{\mu}(q^2) = \sqrt{\frac{1}{r(q^2)}} = \frac{1}{N}(1 + q^2/\Lambda^2) = 0.9787(1 + 0.051q^2)$$

Limite a la deformación de los muones

Dado que en los trabajos experimentales los muones son altamente energéticos deben utilizarse todas las correcciones analizadas en este trabajo, deformación elástica, deformación completa de Lorentz y disminución del radio de Bohr.

Para la deformación elástica se considera un reparto proporcional al tamaño de los orbitales. Luego:

$$\dot{a}_0 \cong a_1 \sqrt{1 - (0.5 \cdot (1 - 2.793/4.178))^2} = 0.9861 \cdot a_0$$

$$\dot{a}_1 \cong a_1 \sqrt{1 - (0.5 \cdot 2.793/4.178)^2} = 0.9424 \cdot a_1$$

Para determinar el grado máximo de deformación alcanzable por el muón se ha representado la vida media de los bariones con carga eléctrica frente a su masa. En el mismo gráfico se han representado las masas del muón excitado al disminuir el radio de Bohr en potencias de 2 como líneas verticales y el límite de vida media de $10^{-20}s$ como límite arbitrario de detectabilidad.

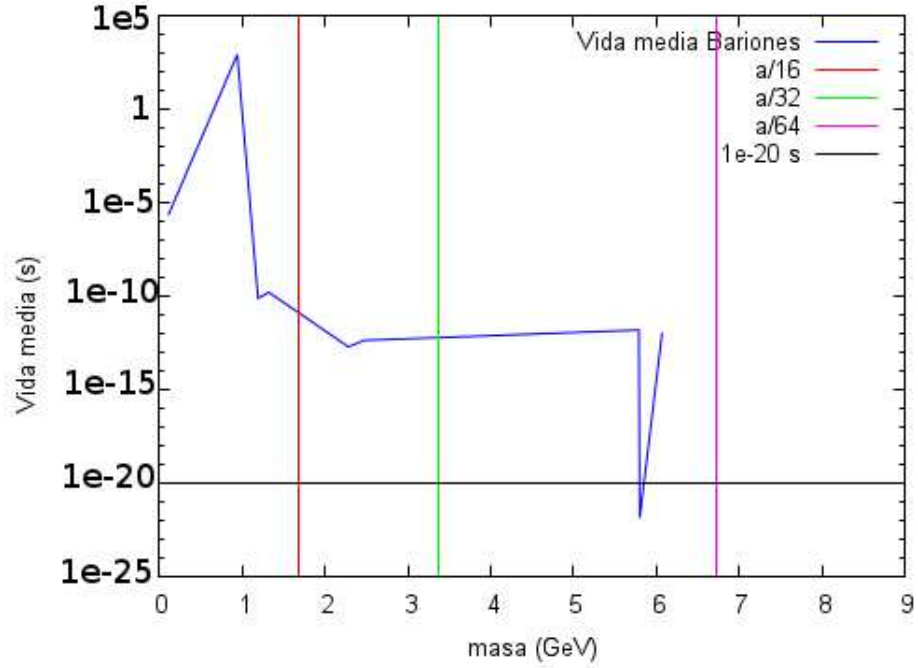


Figura 6.30. Estabilidad de los bariones

Puede observarse que entre $a/32$ y $a/64$ se encuentra una zona de alta inestabilidad, por lo que es de esperar que los muones que se deformen más que $a/32$ no alcancen los detectores y por tanto no contribuyan al factor de forma. Luego se utilizará

$$\dot{a}_0 = 0.9861 \cdot \frac{a_0}{32}$$

$$\dot{a}_1 = 0.9424 \cdot \frac{a_1}{32}$$

Factor de forma teórico

Considerando una deformación de Lorentz completa la solución sería

$$G_E = \sqrt{\left(\frac{8 \cdot (24a_0^4 q - 2a_0^6 q^3)}{a_0^3 \cdot (a_0^6 q^6 + 12a_0^4 q^4 + 48a_0^2 q^2 + 64)} - \frac{4 \cdot (24a_1^4 q - 2a_1^6 q^3)}{a_1^3 \cdot (a_1^6 q^6 + 12a_1^4 q^4 + 48a_1^2 q^2 + 64)} \right)^2 + \left(\frac{4 \cdot (12a_1^5 q^2 - 16a_1^3)}{a_1^3 \cdot (a_1^6 q^6 + 12a_1^4 q^4 + 48a_1^2 q^2 + 64)} - \frac{8 \cdot (12a_0^5 q^2 - 16a_0^3)}{a_0^3 \cdot (a_0^6 q^6 + 12a_0^4 q^4 + 48a_0^2 q^2 + 64)} \right)^2}$$

que podemos representar frente a los datos experimentales de [12]

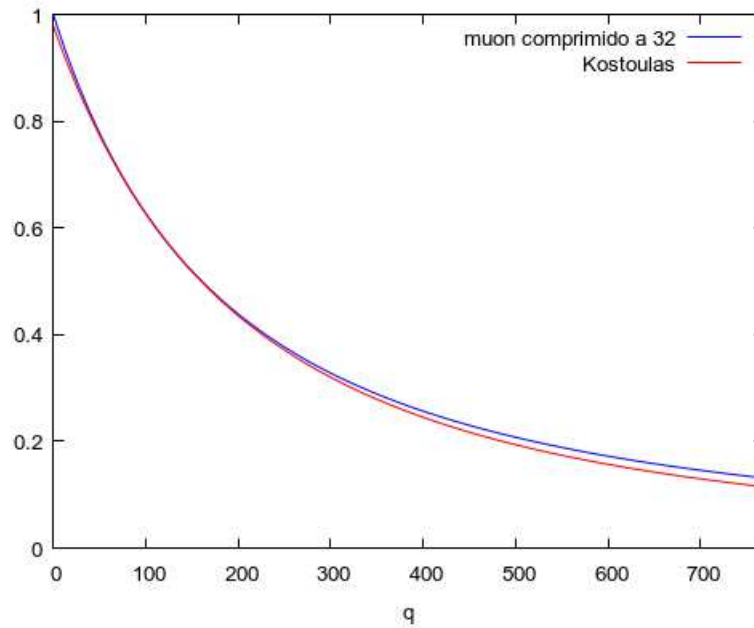


Figura 6.31. Muón comprimido 32 veces frente a datos experimentales

Como especulación, la masa del muón comprimido 16 veces sin tener en cuenta la compresión elástica sería igual a

$$m_{est\mu-16} = 0.105658 \cdot 016 = 1.690528 GeV$$

sorprendentemente parecida a la masa del tauón.

La media ponderada de compresión elástica de las diferentes ondas que componen el muón será:

$$f = \frac{(3 \cdot 0.9439 + 2 \cdot 0.9854 + 1)}{6} = 0.967$$

.Luego se su masa se incrementará en

$$m_{est\mu-16} = 1.690528/0.967 = 1.7482 GeV \text{ que difiere un } 1.2\% \text{ de la masa del tauón (1.77 GeV).}$$

Sería interesante por tanto buscar una partícula leptónica en el rango de

$$m_{est\mu-32} = 0,105658 \cdot 32/0.967 = 3.496 GeV$$

teniendo en cuenta que la hipótesis aquí desarrollada suele tener errores máximos del 2% en la estimación de las masas de las partículas.

6.8. Factor de forma del kaón

Estructura interna teórica.

De acuerdo al sistema multilineal de masas de Palazzi [19] se propone la siguiente estructura teórica para el kaón

KAÓN	Carga electrofuerte	Carga eléctrica	Radio de Bohr
Onda 0	+14	+7	0,5896 fm
Onda 1	-14	-6	0,5896 fm

Densidad de carga teórica.

La densidad de carga eléctrica será entonces igual a :

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{0,5896} \right)^3 e^{-2r/0,5896}$$

que podemos representar

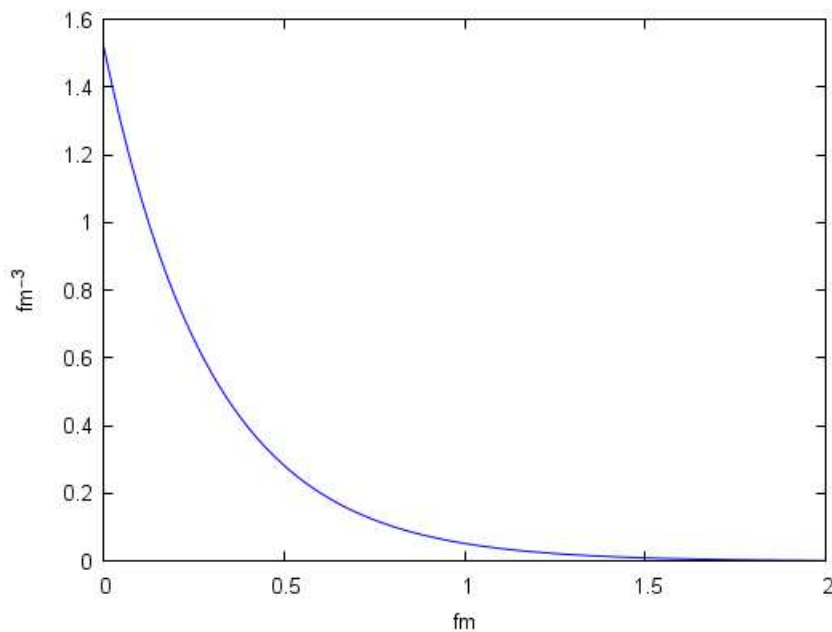


Figura 6.32. Densidad de carga teórica del kaón.

Datos experimentales

En los años 80 se realizaron una serie de mediciones [2] y [7] con kaones altamente energéticos (250 GeV) a valores muy bajos de q^2 .

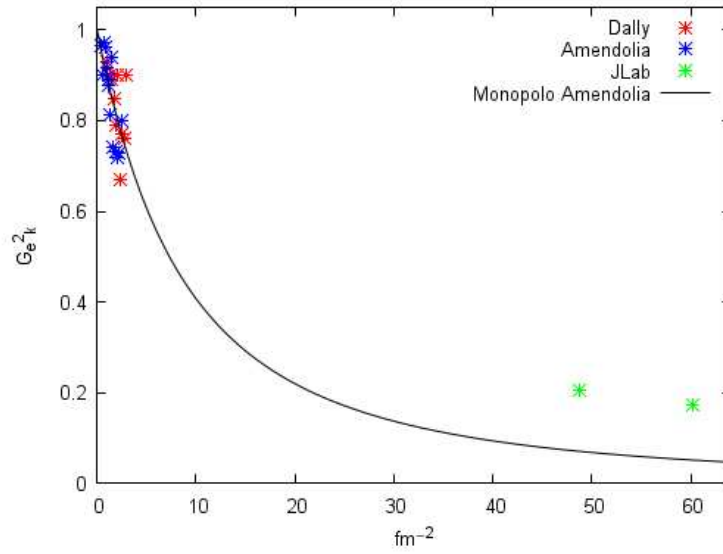


Figura 6.33. Factor de forma a bajo q^2

Resultando que los datos podían aproximarse a un monopolio de la forma

$$G_{EK}^2 = \left(1 - \frac{q^2}{6 \cdot 0.34} \right)^{-2}$$

Posteriormente, en 2015 se publican datos a mayor q^2 [11], que no concuerdan con la parametrización obtenida de los datos a bajo q^2 .

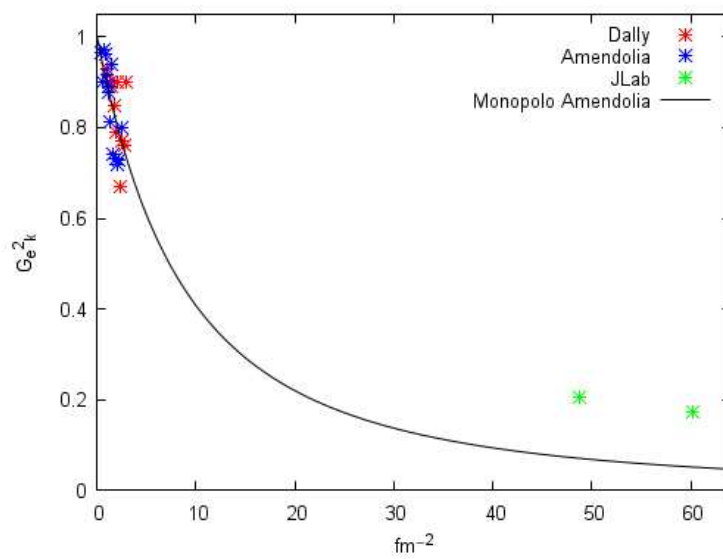


Figura 6.34. Factor de forma a q^2 más elevados

Límite a la deformación de los kaones

Dado que en los trabajos experimentales los kaones son altamente energéticos deben utilizarse todas las correcciones analizadas en este trabajo, deformación elástica, deformación completa de Lorentz y disminución del radio de Bohr. Recordemos que la máxima deformación elástica posible en los mesones era:

$$\dot{a}_0 \cong a_0 \cdot \sqrt{1 - 0,5^2} = 0,866a_0$$

Para determinar el grado máximo de deformación alcanzable por el kaón se ha representado la vida media de los mesones con carga eléctrica frente a su masa. En el mismo gráfico se han representado las masas del kaón excitado al disminuir el radio de Bohr en potencias de 2 como líneas verticales y el límite de vida media de 10^{-20} s como límite arbitrario de detectabilidad.

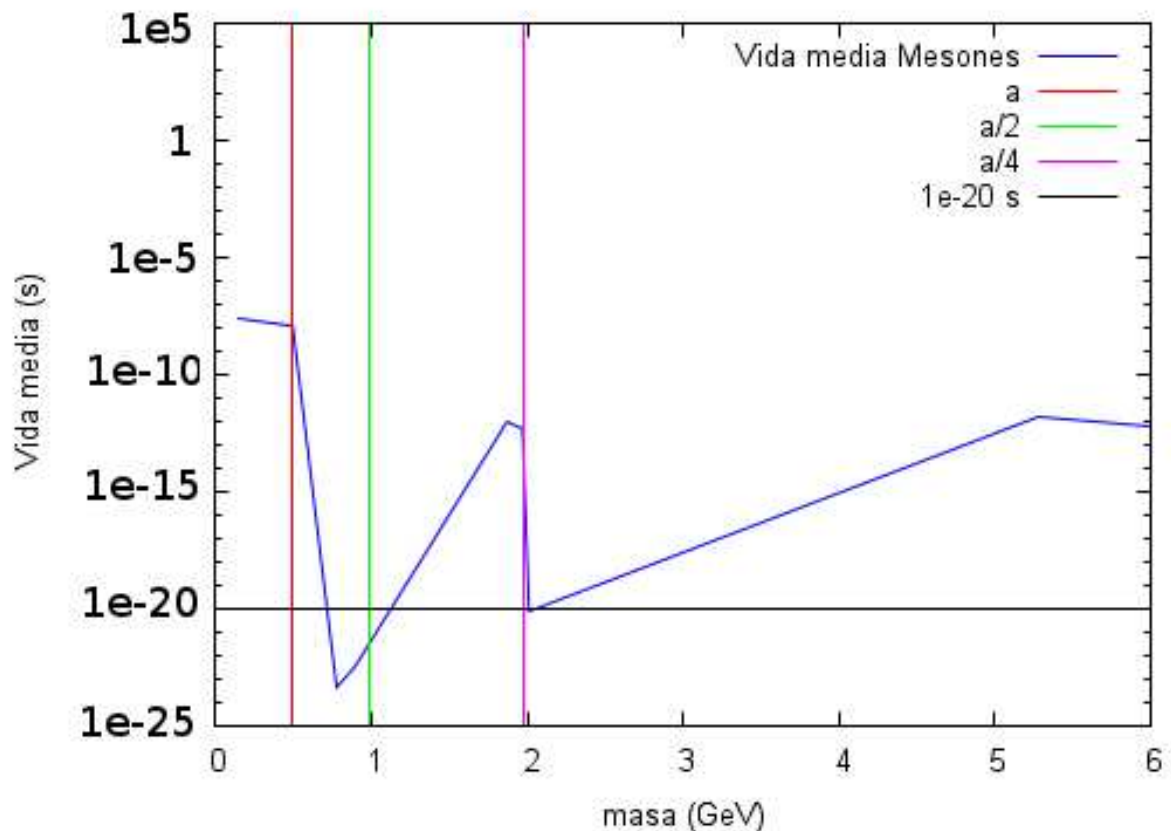


Figura 6.35. Vida media de los mesones vs Múltiplos de masa del Kaón

Puede observarse que entre a y $a/2$ se encuentra una zona de alta inestabilidad, sin embargo, las altísimas energías del haz de kaones deben proporcionar una ingente cantidad de kaones ultradeformados, y aunque es de esperar que los kaones que se deformen más que $a/4$ tengan muy pocas probabilidades de alcanzar los detectores es posible que contribuyan al factor de forma.

Factor de forma teórico.

Actuando de forma análoga el factor de forma supuesta una deformación de Lorentz completa será:

$$G_E(q^2) = \sqrt{\left(\frac{4(12a_0^5 q - 16a_0^3)}{a_0^3(a_0^6 q^3 + 12a_0^4 q^2 + 48a_0^2 q^1 + 64)} \right)^2 + \left(-\frac{4(24a_0^4 q^{0.5} - 2a_0^6 q^{1.5})}{a_0^3(a_0^6 q^3 + 12a_0^4 q^2 + 48a_0^2 q^1 + 64)} \right)^2}$$

Se tantea con $a_0 = 0.5896 \cdot 0.866$, $a_0 = 0.5896/2 \cdot 0.866$

y finalmente con $a_0 = 0.9 \cdot 0.5896/2 \cdot 0.866 + 0.1 \cdot 0.5896/4 \cdot 0.866$

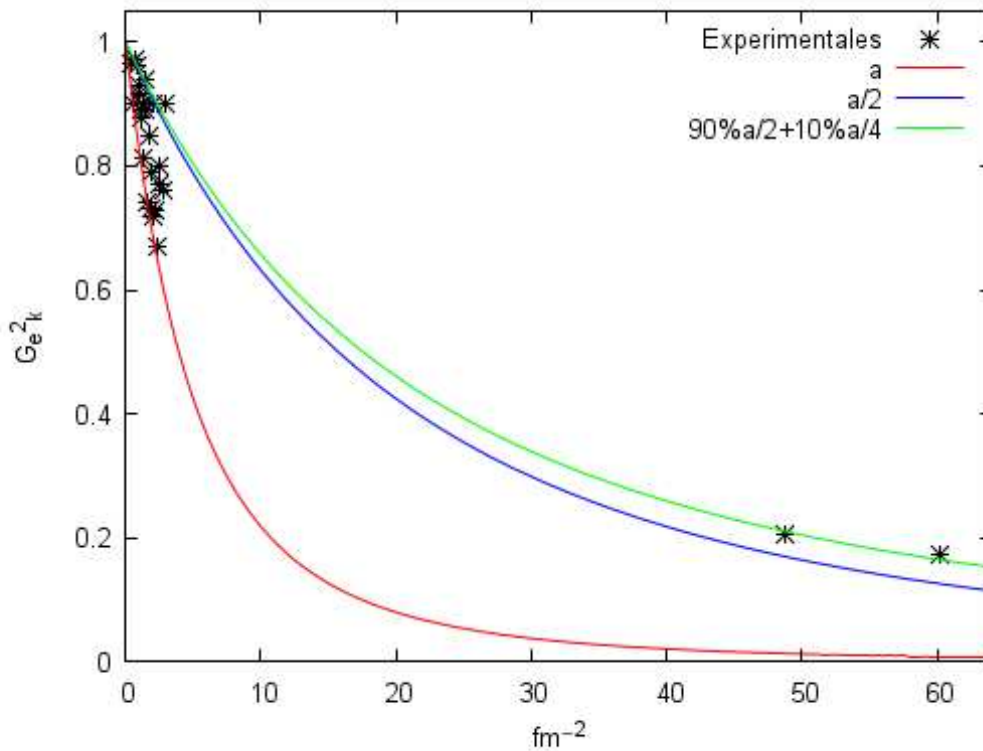


Figura 6.36. Factor de forma teórico vs Datos experimentales

6.9. Fuerza nuclear fuerte residual aparente

Podemos establecer como hipótesis que la fuerza nuclear fuerte residual proviene del potencial electrofuerte. El potencial electrofuerte de un protón puede ser expresado mediante:

$$\Psi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} (Q_p)^2 \frac{1}{\pi} \left[27 \left(\frac{1}{a_0} \right)^3 e^{-2r/a_0} - 26 \left(\frac{1}{a_1} \right)^3 e^{-2r/a_1} - \left(\frac{1}{a_2} \right)^3 e^{-2r/a_2} \right]$$

Con $a_0=0.3161$ fm, $a_1=0.3281$ fm y $a_2=8,624$ fm y Q_1 la carga electrofuerte equivalente del protón,

que sería para la primera onda $(9 \cdot 1.855 + 18 \cdot 1.669)/27 = 1,73110^{-18}C$ y para la segunda onda $(10 \cdot 1.855 + 16 \cdot 1.669)/26 = 1,740510^{-18}C$ con una media de $1,735710^{-18}C$.

El potencial electrofuerte de un neutrón puede ser expresado mediante:

$$\Psi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} (Q_n)^2 \frac{1}{\pi} \left[25 \left(\frac{1}{b_0} \right)^3 e^{-2r/b_0} - 24 \left(\frac{1}{b_1} \right)^3 e^{-2r/b_1} - \left(\frac{1}{b_2} \right)^3 e^{-2r/b_2} \right]$$

Con $b_0=0.3156$ fm, $b_1=0.3275$ fm y $b_2=8.624$ fm y Q_n la carga electrofuerte equivalente del neutrón, que sería para la primera onda $(23 \cdot 1.855 + 2 \cdot 1.669)/25 = 1,8401210^{-18}C$ y para la segunda onda $(23 \cdot 1.855 + 1 \cdot 1.669)/24 = 1,847210^{-18}C$ con una media de $1,843710^{-18}C$.

Si expresamos los potenciales electrofuertes en MeV y usamos fm las expresiones serían:

$$\Psi(r)_P = 910^9 (1.735710^{-18}C)^2 \cdot \frac{1}{\pi 1.60910^{-19}10^6} \left[27 \left(\frac{1}{0,3161} \right)^3 e^{-2r/0,3161} - 26 \left(\frac{1}{0,3281} \right)^3 e^{-2r/0,3281} - \left(\frac{1}{8,624} \right)^3 e^{-2r/8,624} \right]$$

$$\Psi(r)_N = 910^9 (1,843710^{-18}C)^2 \cdot \frac{1}{\pi 1.60910^{-19}10^6} \left[25 \left(\frac{1}{0,3156} \right)^3 e^{-2r/0,3156} - 24 \left(\frac{1}{0,3275} \right)^3 e^{-2r/0,3275} - \left(\frac{1}{8,624} \right)^3 e^{-2r/8,624} \right]$$

que podemos representar.

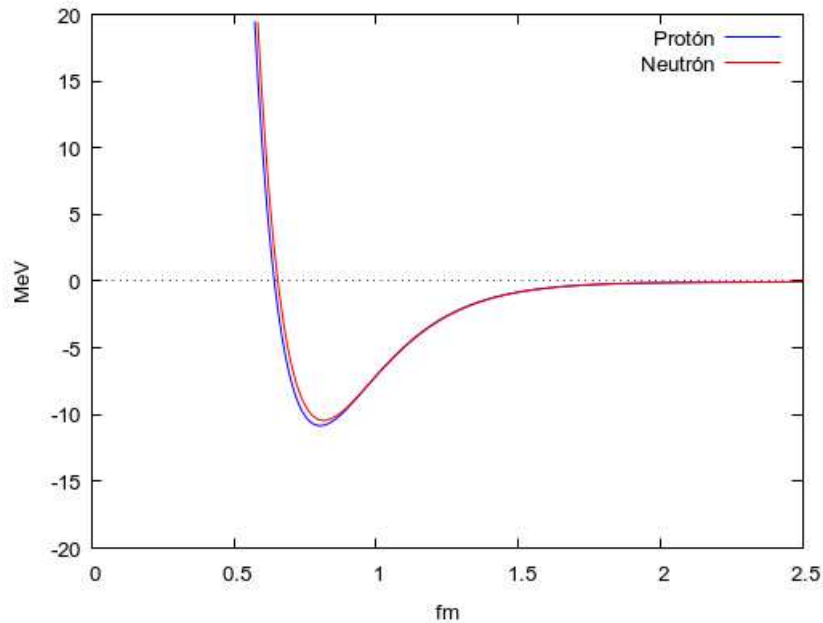


Figura 6.37. Potencial electrofuerte

Sorprendentemente casi idénticos. Este potencial es acorde con las máximas energías de enlace observadas en la naturaleza, que presentan valores máximos de aproximadamente 8.8 MeV por

nucleón. Sin embargo generalmente se considera que la fuerza nuclear fuerte residual es mucho más fuerte, alcanzando potenciales del orden de 100 MeV. Esto es debido a que se ha medido en experimentos de difusión entre nucleones, en los cuales hay que tener en cuenta las deformaciones estudiadas en este trabajo. A partir de ahora se utilizará solo el potencial electrofuerte del protón, pues prácticamente es igual al del neutrón.

Corrección por deformación elástica.

Dada la gran diferencia de tamaño entre el orbital exterior (que presenta carga electrofuerte, pero no eléctrica) y los interiores se considera que la deformación elástica afecta solo al orbital exterior, con un factor máximo de deformación de

$$\sqrt{1 - 0,5^2} = 0,866$$

Luego usaremos $a_0=0.3161$ fm, $a_1=0.3281$ fm y $a_2=7.4683$ fm.

Corrección por deformación de Lorentz

Como en este caso los nucleones son las partículas incidentes se considerará que la deformación de Lorentz es completa, lo que nos dará una *expresión aparente para la fuerza nuclear fuerte residual* igual a:

$$\Psi(r) = 910^9 (1.735710^{-18} C)^2 \cdot 4r^2 \frac{10^{15}}{1.60910^{-19} 10^6} \left[27 \left(\frac{1}{0,3161} \right)^3 e^{-2r/0,3161} - 26 \left(\frac{1}{0,3281} \right)^3 e^{-2r/0,3281} - \left(\frac{1}{7.4683} \right)^3 e^{-2r/7.4683} \right]$$

que podemos representar comparándolo con el potencial de Reid68.

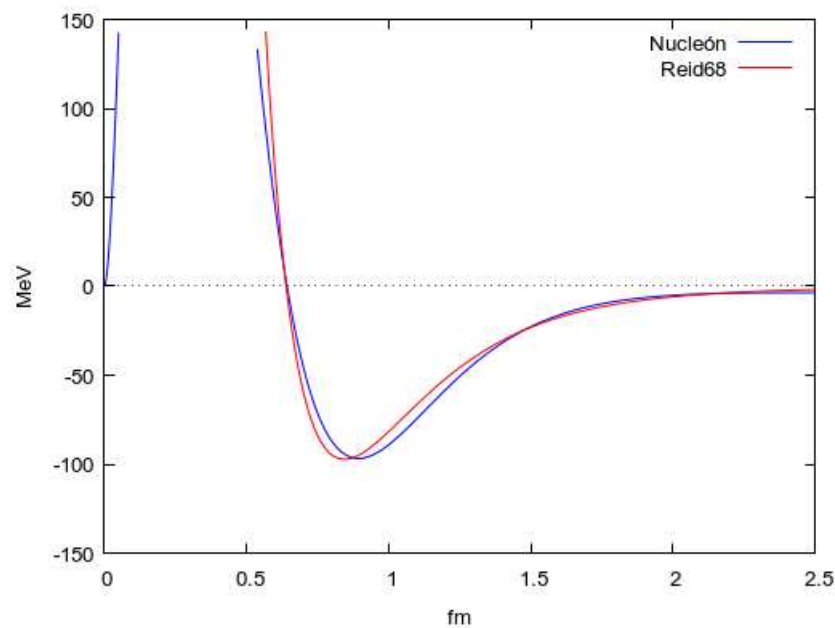


Figura 6.38. Potencial nuclear residual aparente

Expresión que ajusta mejor con el potencial Reid93.

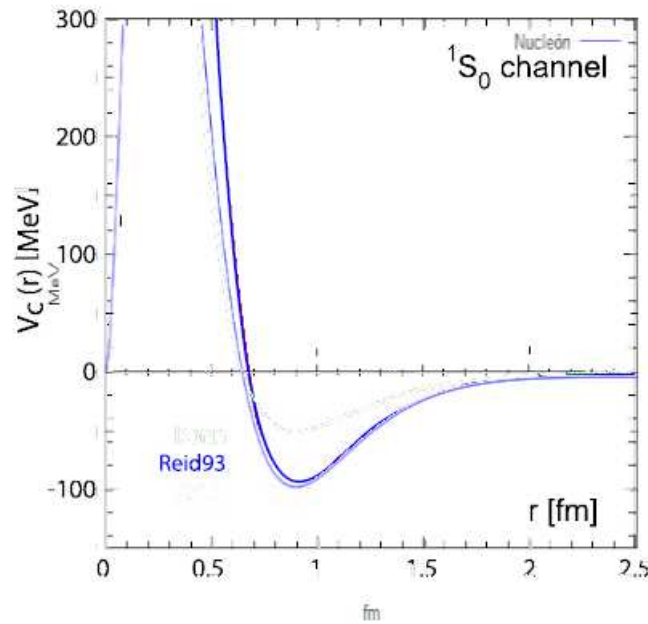


Figura 6.39. Potencial nuclear residual aparente

De forma sorprendente, la media del potencial electrofuerte con el potencial deformado completamente por Lorentz coincide con el potencial de Bonn (1987). Quizás en los experimentos se colisionaban nucleones en reposo con un haz a velocidades relativistas, y por tanto completamente deformado.

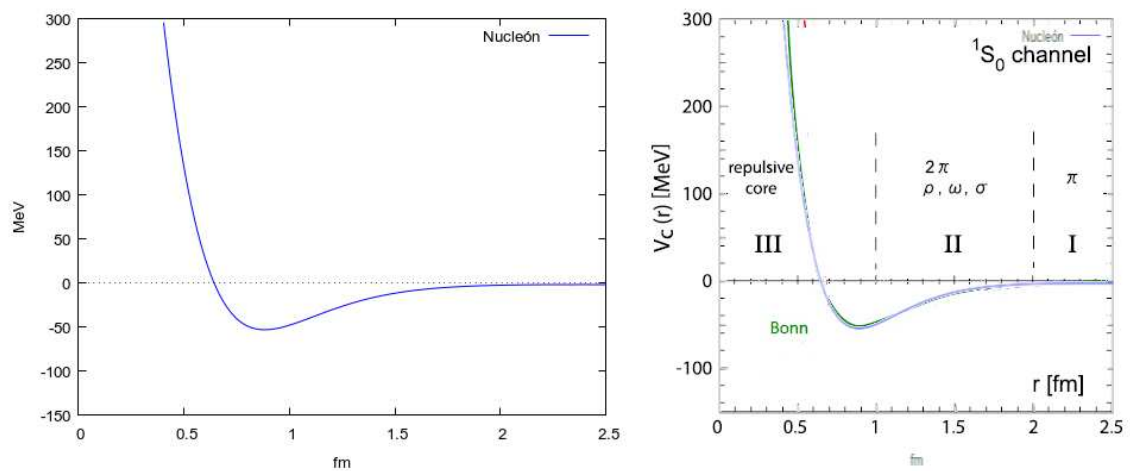


Figura 6.40. Media del potencial electrofuerte sin deformar y deformado. Superposición con datos experimentales

Más sorprendente resulta el hecho de que al representar:

$$\Psi(r) = 910^9 (1.735710^{-18} C)^2 \cdot 4r \frac{10^{15}}{1.60910^{-19} 10^6} \left[27 \left(\frac{1}{0.3161} \right)^3 e^{-2r/0.3161} - 26 \left(\frac{1}{0.3281} \right)^3 e^{-2r/0.3281} - \left(\frac{1}{7.4683} \right)^3 e^{-2r/7.4683} \right]$$

se obtenga el potencial AV-18.

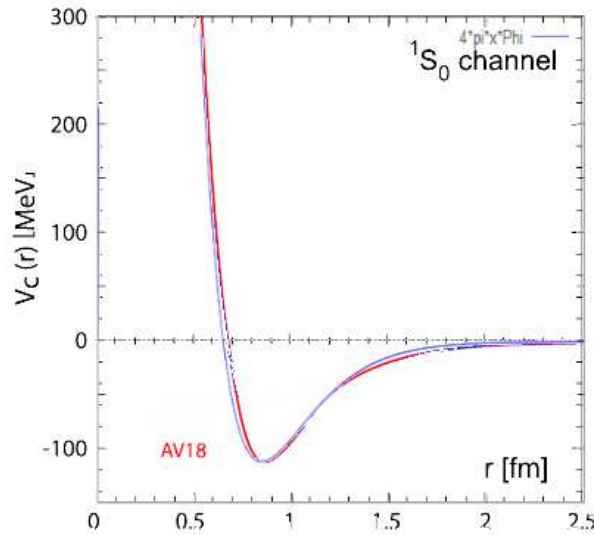


Figura 6.41. Superposición con datos experimentales

6.10. Conclusiones

Aparentemente las partículas son mucho menos rígidas de lo que hasta ahora se había considerado, resultando deformadas en el proceso de difusión mediante cuatro mecanismos:

- Ligera deformación.
- Deformación relativista desde esferas a discos planos (pasando de esta forma de una transformada de Fourier en 3D a una transformada de Fourier en 2D)
- Compresión siguiendo una serie geométrica de factor 2.
- Modificación de la estructura interna de partones.

Estos mecanismos no dependen solo de la energía intercambiada, sino también de la energía de las partículas incidentes, así como de si la partícula a estudiar es la incidente o forma parte de un blanco estacionario respecto al marco de referencia del laboratorio.

Se han aplicado estos conceptos con éxito a los factores de forma del protón, neutrón, pión y muón, en choques elásticos e inelásticos, resultando los casos más complejos aquellos en los que las partículas a estudiar se encuentran estacionarias y se deforman más o menos en función

del retroceso experimentado. Igualmente se puede inferir que existe un rango de energías en los cuales es posible extraer más información para cada partícula, resultando un error incremental sin más la energía de los choques, puesto que en este caso cualquier partícula aparecerá puntual a partir de determinadas energías. Se infiere por tanto la inexistencia de los quarks.

Se ha mostrado también que al obtener de la densidad transversal como una transformada de Fourier en dos dimensiones del factor de forma de Dirac F_1 la coincidencia con las densidades teóricas es muy grande, ya que minimiza los errores debido a la deformación de las partículas y a los efectos relativistas.

Finalmente y utilizando estos postulados se consigue explicar porque la fuerza nuclear fuerte residual presenta **potenciales aparentes** cercanos a 100 MeV en experimentos de difusión mientras que la máxima energía experimental de enlace de los nucleones es de aproximadamente 8,8 MeV.