

Capítulo 2. Matter as gravitational waves

2.1. Las partículas como pulsaciones gravitomagnéticas.

2.1.1. Ecuación de ondas gravitomagnéticas.

Las ecuaciones del gravitomagnetismo son:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_g &= -4\pi G\rho \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B}_g &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E}_g &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}_g}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{B}_g &= -\frac{4\pi G}{c} \cdot \vec{j}_m + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}_g}{\partial t}\end{aligned}$$

Si tenemos en cuenta que hemos postulado que $\hat{\mu}_{0g}$ tiene que ser igual a la unidad para 6D y por tanto $B=H$ podemos plantear las ecuaciones del gravitomagnetismo en ausencia de masas.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_g = 0 \quad (a)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H}_g = 0 \quad (b)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_g = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}_g}{\partial t} \quad (c)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_g = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}_g}{\partial t} \quad (d)$$

Operando en (c) tenemos $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}_g) = \vec{\nabla} \times \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}_g}{\partial t} \right)$

por tanto $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}_g = -\frac{1}{c} \frac{\partial (\vec{\nabla} \times \vec{H}_g)}{\partial t}$

y sustituyendo $\nabla \times H_g = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}_g}{\partial t}$ y $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}_g = \vec{\nabla}^2 \vec{E}_g$

nos queda
$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_g = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_g}{\partial t^2}$$

La velocidad de fase viene dada por $v_p = \frac{w}{k}$ lo que significa que $v_p = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{c^2}}} = c$ y por tanto:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_g + \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_g}{\partial t^2} = 0$$

Análogamente podemos obtener:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H}_g + \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 \vec{H}_g}{\partial t^2} = 0$$

Si suponemos que el campo tiene dependencia armónica con el tiempo de la forma.

$$\vec{\Psi} = |\vec{\Psi}_0| e^{-wt}$$

se llega a la conclusión: $\vec{\nabla}^2 \vec{E}_g + \frac{w^2}{v_p^2} \vec{E}_g = 0$

si llamamos número de onda k al cociente $\frac{w}{v_p}$ podemos escribir:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}_g + k^2 \vec{E}_g = 0$$

totalmente análoga a las ecuaciones de Helmholtz.

2.1.2. Ecuación escalar de onda gravitomagnética en 6D.

Debido a la topología del espacio que hemos postulado las ondas gravitomagnéticas no pueden desplazarse libremente, sino que deben ajustarse a unas condiciones de frontera muy estrictas. El fenómeno físico más parecido se encuentra en la transmisión de las ondas electromagnéticas a través de ondas guía circulares o elípticas, aunque en este caso el confinamiento se debe a la curvatura del espacio y no a unas paredes metálicas.

Se va a utilizar un sistema de coordenadas cilíndrico elíptico en 5D espaciales:

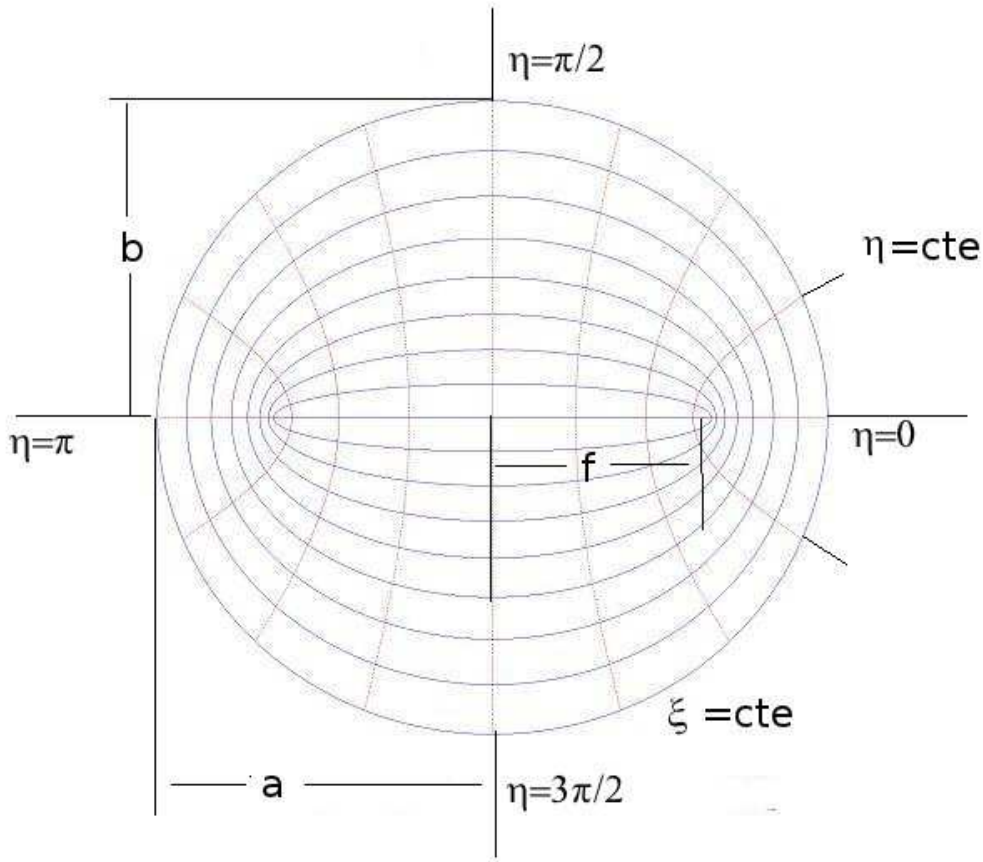


Figura 2.1. Sistema de coordenadas cilíndrico elíptico.

Dimensiones espaciales expandidas: Coordenadas cartesianas x, y, z .

Dimensiones espaciales compactadas: Coordenadas elípticas, ξ y η .

las curvas con ξ constante representan elipses confocales, mientras que las curvas η constante representan hipérbolas perpendiculares a las elipses anteriores. En el caso límite en que la distancia focal f se anula, es decir $f=0$, se reducen a coordenadas circulares, donde *radio*(ξ), *ángulo*(η).

La relación entre coordenadas cartesianas y elípticas es la siguiente:

$$x = f \cosh \xi \cos \eta$$

$$y = f \sinh \xi \sin \eta$$

La ecuación de onda hexadimensional sería:

$$(\nabla_{6D}^2 + k^2) \cdot H = 0$$

El laplaciano en coordenadas cilíndrico elípticas es separable, por lo que podemos asumir que:

$$H(\xi, \eta, x, y, z) = D(\xi, \eta) \cdot F(x, y, z)$$

Y como es habitual en los cálculos de ondas guía podemos descomponer el número de onda en 2:

$k^2 = \beta^2 + k_c^2$ donde β se denomina constante de propagación y k_c es el número de ondas de corte y representa la frecuencia mínima para que una onda pueda propagarse por la guía.

De tal forma que podemos obtener 2 ecuaciones:

$$\frac{\nabla_{\xi, \eta}^2 D(\xi, \eta)}{D(\xi, \eta)} + k_c^2 = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\nabla_{3D}^2 F(x, y, z)}{F(x, y, z)} + \beta^2 = 0$$

La primera ecuación representa el problema en las dimensiones compactadas, mientras que la segunda representa el problema en las dimensiones extendidas.

2.1.3. Solución para las dimensiones compactadas. Leptones.

2.1.3.1. Ecuación radial y ecuación angular

En el sistema de coordenadas elípticas (3) puede reescribirse de la siguiente manera: [16]

$$\frac{2}{f^2(\cosh(2\xi) - \cos(2\eta))} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} \right) D + k_c^2 \cdot D = 0$$

Y suponiendo que D puede escribirse como $D(\xi, \eta) = G(\xi) \cdot N(\eta)$ nos quedaría:

$$\frac{1}{G} \frac{\partial^2 G}{\partial \xi^2} + \frac{k_c^2}{2} f^2 \cosh(2\xi) = - \frac{1}{N} \frac{\partial^2 N}{\partial \eta^2} + \frac{k_c^2}{2} f^2 \cos(2\eta)$$

que puede ser separada mediante una constante que llamaremos a (No confundir con el semieje mayor de la elipse)

$$G'' - (a - 2q \cosh 2\xi)G = 0$$

$$N'' - (a - 2q \cos 2\eta)N = 0$$

donde se ha definido:

$$q = \frac{k_c^2 f^2}{4} \text{ y la constante de separación } a \text{ solo depende del parámetro } q, \text{ es decir } a = a(q).$$

Es notable observar que para el caso límite en que $q=0$ todas las soluciones se reducen a las ya

conocidas como funciones de Bessel.

2.1.3.2. Visión intuitiva de las posibles soluciones.

Existen infinitas soluciones a este sistema de ecuaciones diferenciales. De una manera rápida podemos clasificarlas según los siguientes criterios:

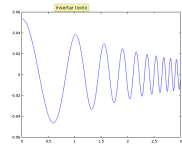
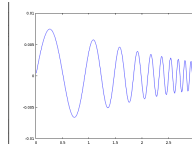
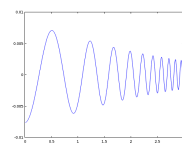
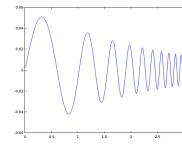
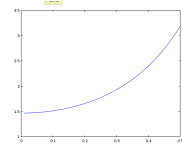
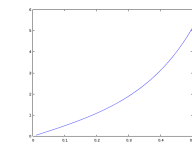
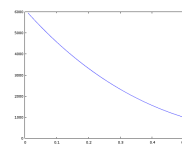
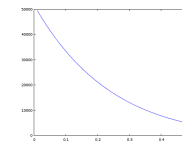
La segunda ecuación representa la dependencia angular de la ecuación anterior y es conocida como ecuación de Mathieu, mientras que la primera ecuación representa la dependencia radial y es conocida como ecuación modificada de Mathieu.

Según el orden de las funciones m y su paridad.

Según el signo del parámetro q .

De primera o segunda especie atendiendo a su crecimiento.

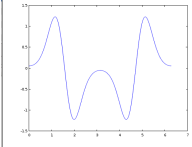
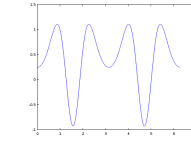
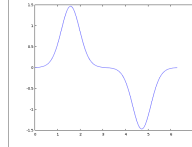
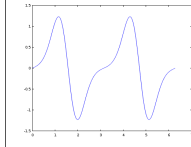
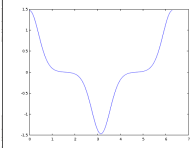
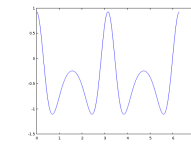
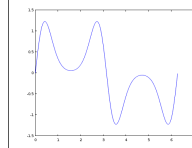
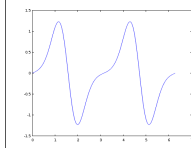
Como ejemplo se dibujan más abajo las diferentes soluciones que se pueden obtener utilizando un valor absoluto del parámetro q igual a 10.

Radiales				
	Primera especie		Segunda especie	
	Pares	Impares	Pares	Impares
$q > 0$ Oscilantes				
$q < 0$ Evanescentes				

Las funciones radiales con $q < 0$ se denominan evanescentes y si son de primera especie con la letra I, o K si se trata de funciones de la segunda especie.

Las funciones radiales con $q > 0$ se denominan oscilantes, y si son de primera especie con la letra J, o N si se trata de funciones de la segunda especie.

Tabla 2.1. Funciones radiales de Mathieu**Tabla 2.2.** Funciones angulares de Mathieu

Angulares				
	Pares. ce		Impares. se	
	Orden 1	Orden 2	Orden 1	Orden 2
$q > 0$				
$q < 0$				

No solo existen infinitas soluciones independientes entre sí, sino que las combinaciones lineales de estas soluciones también son soluciones posibles. Ahora bien, ¿cuales de estas soluciones pueden corresponder a partículas? La solución vendrá de las condiciones de contorno.

En primer lugar hay que considerar que estamos intentando describir el movimiento de una partícula-pulsación que sigue trayectorias elípticas debido a la topología del espacio. Esto prohíbe las funciones radiales periódicas, que implicarían un desplazamiento radial de la onda, luego por fuerza **q debe ser negativa**.

En cuanto al orden de las funciones la necesidad de poseer la menor energía posible (al menos en las partículas estables) exige que el orden sea igual a $\frac{1}{2}$.

Nos quedan por tanto para las soluciones angulares las funciones se y ce con parámetro q negativo y orden $\frac{1}{2}$ y para las funciones radiales las funciones Io, Ie, Ko y Ke de orden $\frac{1}{2}$, así como sus combinaciones lineales.

Para que las soluciones tengan significado físico y atiendan a uno de los postulados principales de la hipótesis aquí expuesta la variable ξ debe ser escalada con respecto a ξ_0 . Atendiendo a la forma de las posibles soluciones radiales vamos a clasificarlas en:

SOLUCIONES TIPO I:

Formadas por funciones siempre crecientes, es decir Io, Ie.

SOLUCIONES TIPO II:

Formadas por soluciones siempre decrecientes, es decir K_o, K_e .

SOLUCIONES TIPO II BIS:

Formadas por soluciones decrecientes-crecientes, no descritas en la literatura, pero que se pueden conseguir numéricamente con las condiciones iniciales adecuadas. En la figura se muestra una de estas funciones con $q=-0,64$

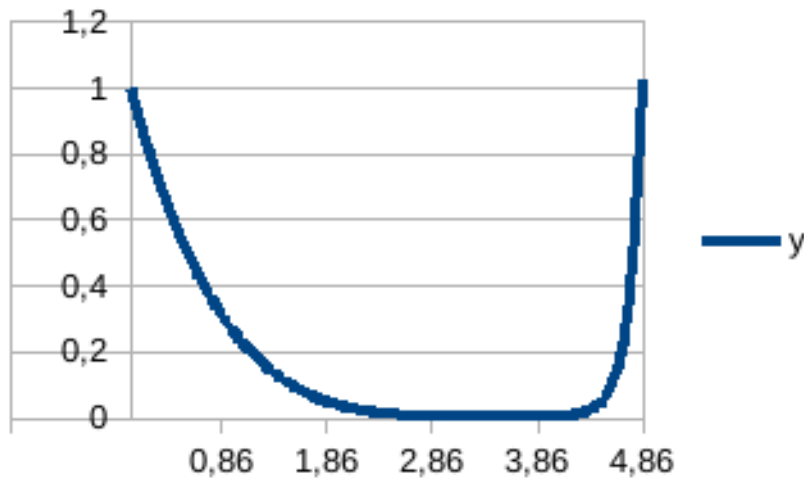
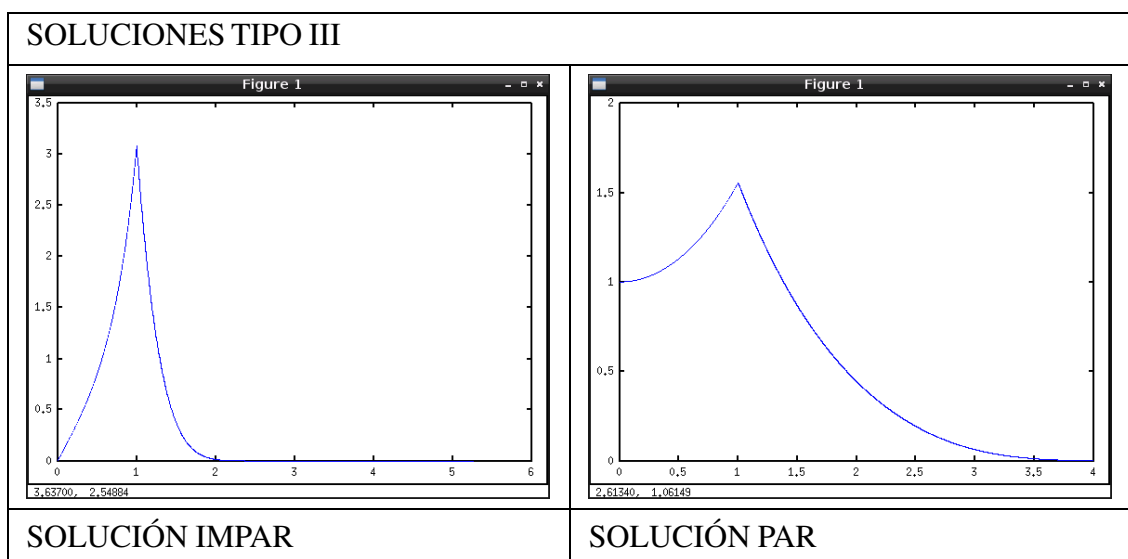


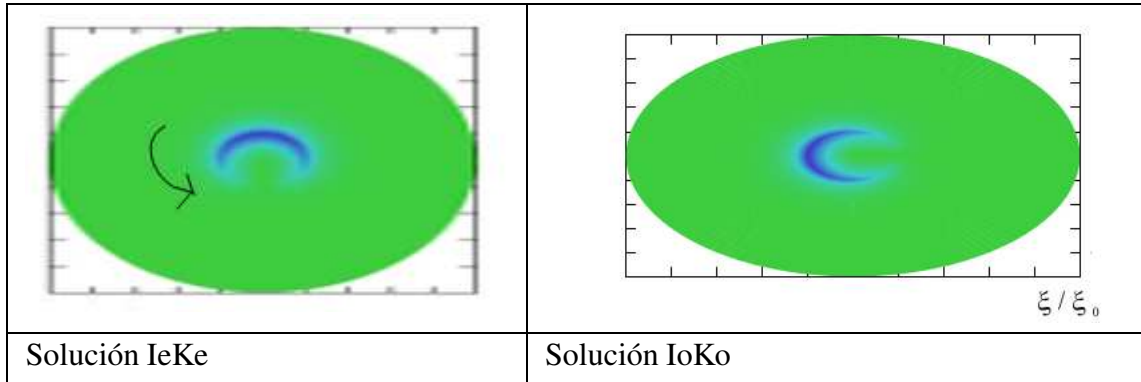
Figura 2.2. Solución tipo II bis.

SOLUCIONES TIPO III

Es posible combinar las soluciones tipo I y II en la coordenada $\xi_0 = \frac{\hbar}{2m_0c}$ con el fin de obtener :



Es posible dibujar las soluciones tipo III en el plano de las dimensiones compactadas

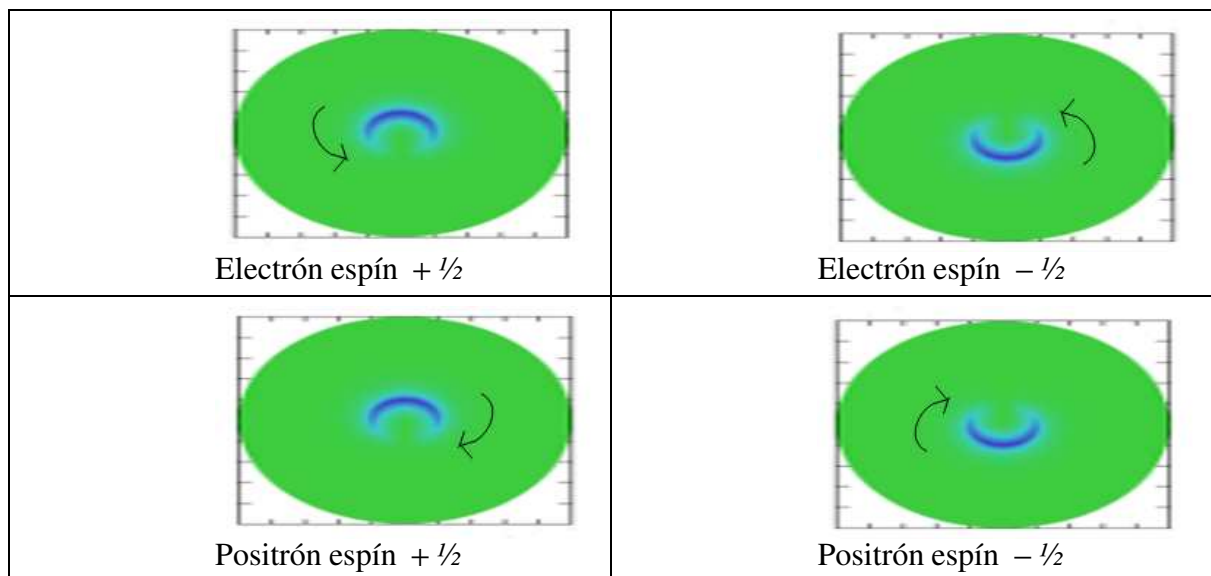


Nótese que dadas las condiciones de contorno existe la posibilidad de tener una única onda desplazándose en una dirección, como las representadas anteriormente, o tener dos ondas desplazándose en direcciones opuestas. Más adelante se verá que el primer caso corresponde a los fermiones y el segundo a los bosones.

Podemos utilizar la topología circular para calcular el momento angular de las partículas elementales atribuible a su giro en las dimensiones compactadas:

$$L = m \times r \cdot v = m_e \xi c = m_e \frac{\hbar}{2m_e c} \cdot c = \frac{\hbar}{2}$$

En base al resultado anterior es prácticamente inevitable asignar la propiedad cuántica de espín a la onda estacionaria de las partículas elementales en las dimensiones compactadas, identificándolo con la constante m_s , el signo de esta constante representa la diferencia de fase y el diferente sentido de giro explicaría la diferencia entre electrones y positrones.



Es fácil ver que se puede extrapolar el resultado para estimar el momento angular de giro a

partículas con diferente espín, resultando:

$$L_s = m_s \cdot \hbar$$

Sin embargo esta definición del espín no puede explicar los experimentos de variación del espín mediante giros en las dimensiones extendidas. Más adelante (Punto 14) se proporcionará una solución satisfactoria a este problema.

2.1.3.3. Solución numérica.

Si suponemos que los electrones son ondas gravitatorias para el caso de un electrón en reposo tendríamos que la constante de propagación $\beta=0$, en ese caso:

$$k^2 = 0^2 + k_c^2 = k_c^2$$

Si asociamos esta frecuencia de corte a la vibración que presentan todos los electrones y consideramos que la definición de número de onda debe ser diferente en las ondas gravitatorias (ya que no pueden ser negativas) entonces tendríamos:

$k = \frac{\pi}{\lambda}$ donde la longitud de onda debe ser igual al perímetro del movimiento circular de los electrones, es decir: $\lambda = \frac{h}{2m_0c}$ lo que conlleva que:

$$k = k_c = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{2\pi m_0c}{h} = \frac{m_0c}{\hbar} \text{ y por tanto: } \xi_0 = \frac{1}{2k_c}$$

El confinamiento de las ondas no se produce por el choque contra unas paredes metálicas, sino que es debida a la curvatura de las dimensiones compactadas. En estas condiciones se postula que k_c sea imaginario.

$$k_c = \frac{m_0c}{\hbar}i$$

Por tanto la solución de la ecuación de onda en el plano de las dimensiones compactadas es una onda estacionaria que se puede expresar mediante combinaciones de funciones evanescentes de Mathieu de orden semientero y parámetro $q = \frac{k_c^2 f^2}{4}$ negativo.

Si expresamos el foco en función del radio medio del plano de las dimensiones compactadas tendremos que:

$$f^2 = (a^2 - b^2) \cdot r_u^2 \text{ con } a=1,10576 \text{ y } b=0,8883$$

y asumiendo que $r_u = \xi_u$

nos queda entonces

$$f^2 = (a^2 - b^2) \cdot \xi_u^2$$

sustituyendo tenemos

$$q = \frac{k_c^2 f^2}{4} = \frac{k_c^2 (a^2 - b^2) \cdot \xi_u^2}{4} = \frac{1}{4\xi_0^2} \frac{(a^2 - b^2) \cdot \xi_u^2}{4}$$

y finalmente

$$q = \frac{(a^2 - b^2) \cdot \xi_u^2}{16\xi_0^2}$$

lo que nos permitirá establecer los límites de integración.

Las soluciones a las funciones de Mathieu se suelen expresar como series de funciones de Bessel o como series de productos de series de Bessel en el caso de funciones de orden entero, pero no existen publicadas soluciones análogas para el caso de funciones de orden semientero, por lo que tendremos que solucionar numéricamente las ecuaciones.

El procedimiento seguido ha sido el siguiente:

- Se han determinado el valor propio a para cada valor de q negativo utilizando el método de Numerov. En concreto se ha utilizado el programa escrito en Java The Schrödinger Numerov Eigensystem Model pensado para solucionar la ecuación de Schrodinger independiente del tiempo con un potencial arbitrario, pero que puede utilizarse para obtener los valores propios de la ecuación

$$N'' - (a - 2q \cos 2\eta)N = 0$$

simplemente introduciendo como potencial $V(x) = q \cos 2\eta$ y como límites de integración 0 y 2π . El valor propio a será entonces igual al doble de la energía obtenida para $n=1$. Así por ejemplo para obtener $a(-100)$ tenemos

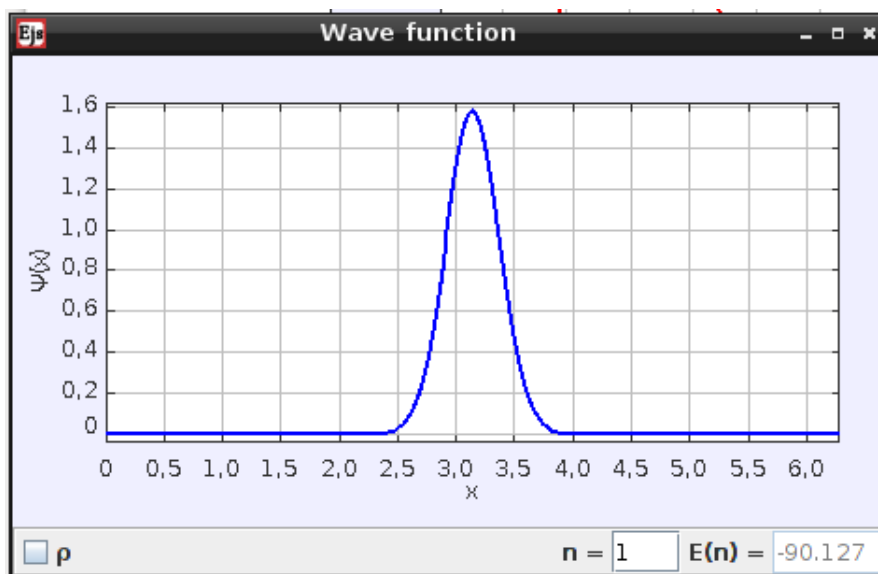
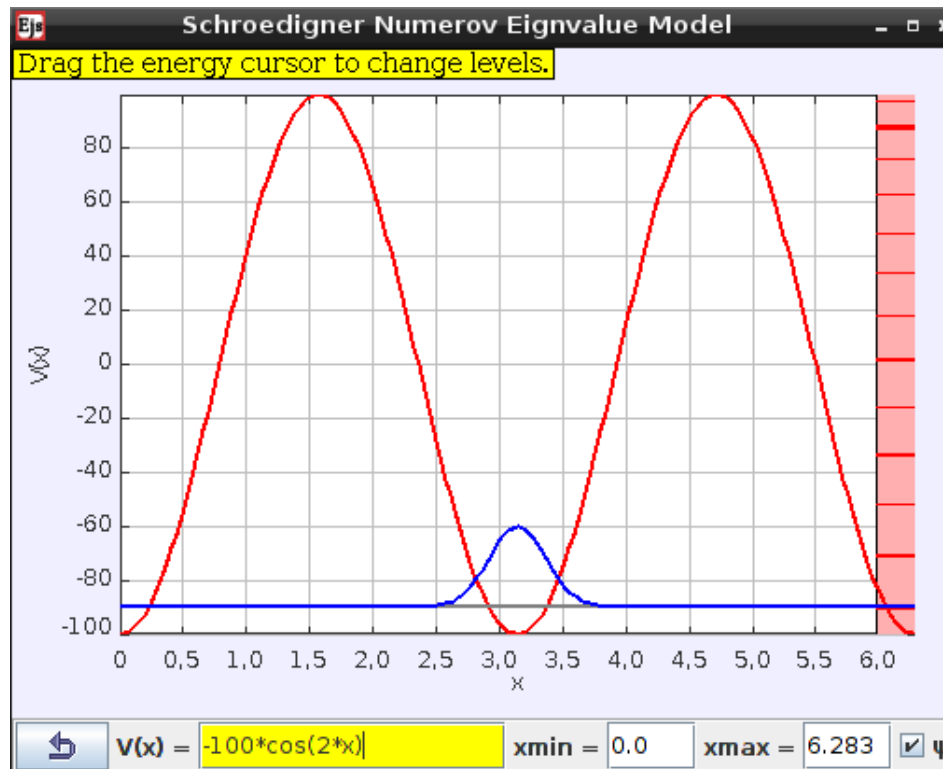


Figura 2.3. Estimación numérica del parámetro a (-100)

Por lo que $a(-100) = -180,254$. Los resultados para un amplio rango de valores de q se muestran a continuación

q	a	q	a
-0,01	0,25	-2	-1,454
-0,02	0,25	-3	-2,81
-0,03	0,25	-4	-4,27
-0,04	0,25	-5	-5,796
-0,05	0,248	-10	-13,936
-0,06	0,248	-20	-31,314
-0,07	0,248	-30	-49,302
-0,08	0,246	-40	-67,606
-0,09	0,244	-50	-86,112
-0,1	0,244	-100	-180,254
-0,17	0,232	-200	-371,968
-0,2	0,224	-500	-955,532
-0,3	0,192	-1000	-1937,008
-0,4	0,148	-2000	-3910,814
-0,5	0,092	-3000	-5890,716
-0,6	0,028	-4000	-7873,774
-0,64	0	-5000	-9858,85
-0,65	-0,008	-6000	-11845,36
-0,7	-0,046	-7000	-13832,954
-0,8	-0,126	-8000	-15821,408
-0,9	-0,214	-9000	-17810,566
-1	-0,308	-10000	-19800,312

Nótese que cuando $q \rightarrow \infty$ entonces $a \rightarrow 2q$.

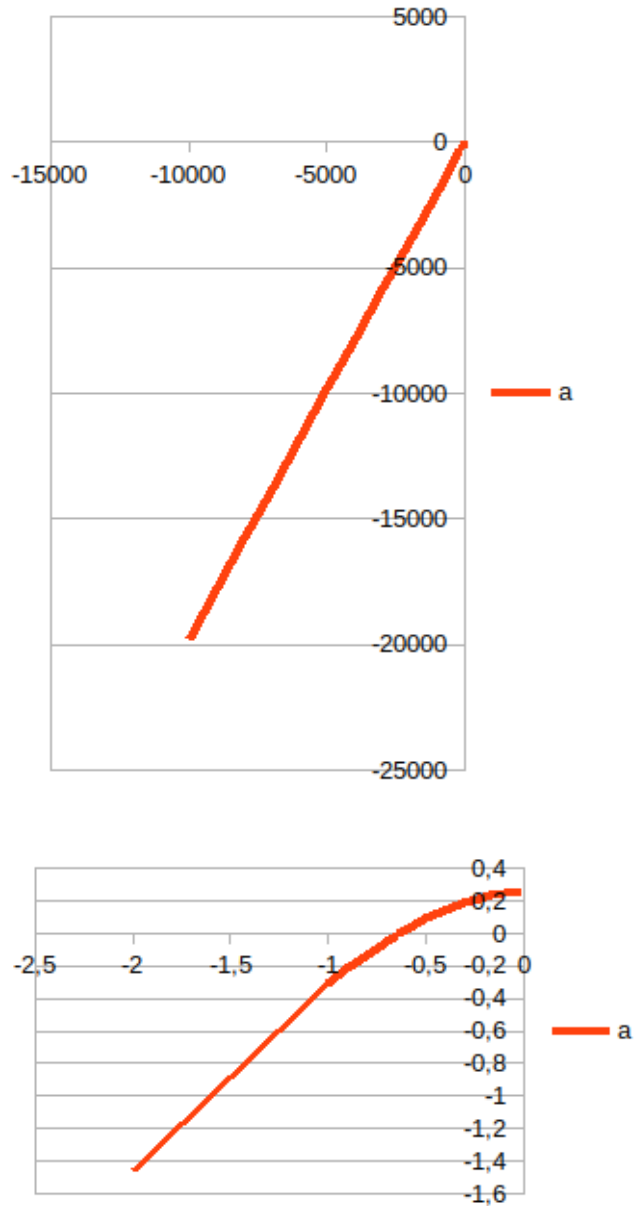


Figura 2.4. Parámetro a

- Utilizando los valores de a obtenidos previamente se ha resuelto numéricamente la ecuación modificada de Mathieu para cada valor del parámetro q mediante el software gratuito wzgrapher.

- Se ha calculado el centro de gravedad del cuadrado de la función de onda, si este se encuentra en la coordenada $\xi_0 = 1$ se considera que se ha encontrado una solución. Los límites de integración se han obtenido de la relación

$$q = \frac{(a^2 - b^2) \cdot \xi_u^2}{16\xi_0^2}$$

Las condiciones para obtener cada solución han sido.

Soluciones tipo I:

Dado que las posibles soluciones aparecerían a un valor muy bajo de q , lo se ha aproximado mediante la función de Bessel equivalente

$$I_{1/2} = \sqrt{\frac{2 \sinh(x)}{\pi x^{1/2}}}$$

e lo se ha obtenido resolviendo la ecuación

$$y'' = -(-0,125 - 2 \cdot 0 \cdot \cosh(2x))y$$

con los valores iniciales $x_0 = 0$, $y(x_0) = 1$, $y'(x_0) = 0$.

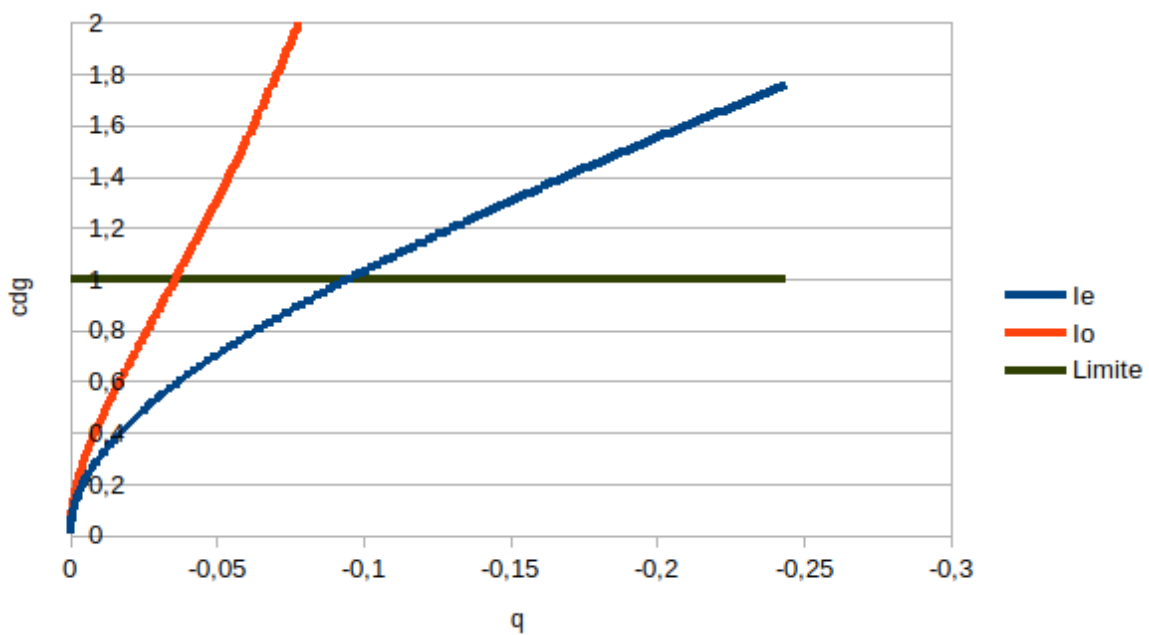


Figura 2.5. Parámetro a

Los valores de q que cumplen con las condiciones de contorno son -0,0465 y -0,09477

Soluciones tipo II:

No se ha encontrado ninguna solución que cumpla las condiciones de contorno.

Soluciones tipo II (bis):

Se ha obtenido resolviendo la ecuación

$$y'' = -(-a(q) - 2 \cdot q \cdot \cosh(2x))y$$

con los valores iniciales $x_0=0$, $y(x_0)=1$, $y'(x_0)<0$ tal que $y(\xi_u/\xi_0) = 1$.

Solo se ha encontrado un valor que cumpla estas condiciones, coincidiendo que el parámetro $a=0$, y es $q=-0,64$.

Soluciones tipo III:

Se han resuelto por separado la parte creciente y decreciente. Como ejemplo se expone el cálculo para $q=-20$.

$$y'' = -(31.314 - 2 \cdot 20 \cdot \cosh(2x)) \cdot y \quad y'' = -(31.314 - 2 \cdot 20 \cdot \cosh(2x)) \cdot y$$

$$x_0=0$$

$$x_0=1.99$$

$$y(x_0)=0$$

$$y(x_0)=0$$

$$y'(x_0)=0.0294499$$

$$y'(x_0)=-0.0000001$$

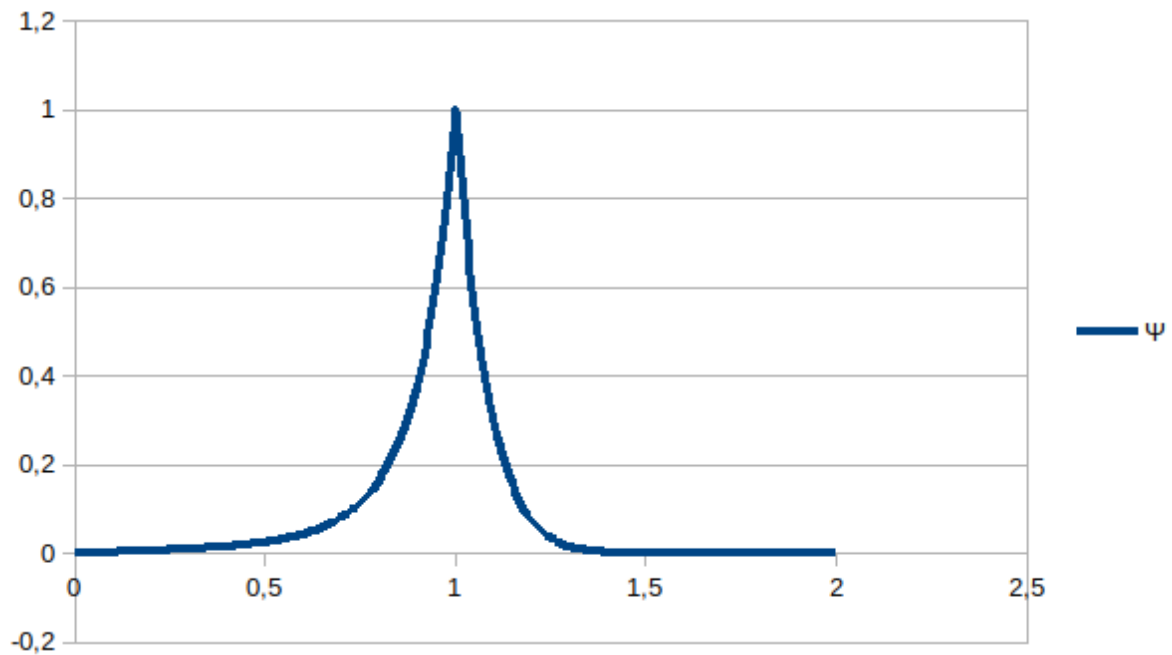


Figura 2.6. Solución tipo III para $q=-20$

En estas condiciones se ha encontrado que la posición del cdg se acerca asintóticamente a 1

cuando $q \rightarrow -\infty$.

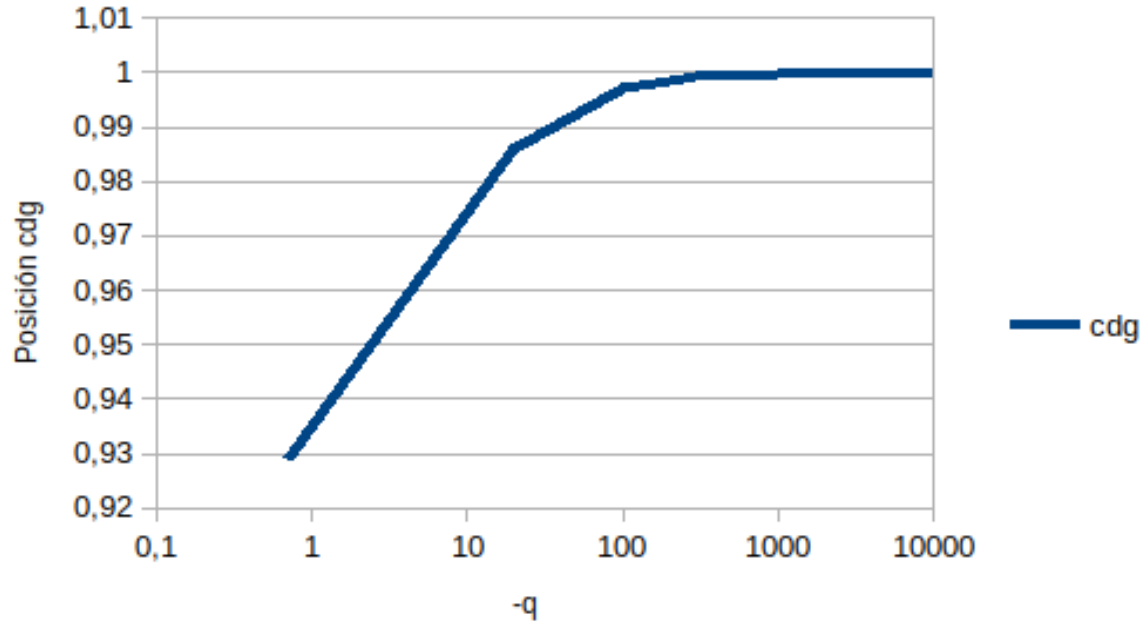


Figura 2.7. Solución tipo III. Posición del cdg

En resumen los valores de q que se ha encontrado cumplen con las condiciones de contorno han sido los siguientes:

Tipo	q
Tipo I: Io	-0,0465
Tipo I: Ie	-0,09477
Tipo II	No existe
Tipo II bis:	-0,64
Tipo III: IoKo-IeKe	Asintótico a 1 cuando $q \rightarrow \infty$

2.1.3.4. Interpretación de los resultados.

Vamos a estimar el valor del parámetro q del electrón.

$$k_c = \frac{2m_0c}{\hbar}i = \frac{2 \cdot 9,1093829110^{-31} \cdot 299792458}{1,05457162810^{-34}}i = 5,17921064 \cdot 10^{12}i$$

como el radio de las dimensiones compactadas se había estimado en:

$$r_u = \sqrt{\frac{G}{2\pi}} = 3,259 \cdot 10^{-6} m \text{ y supuesta una topología elíptica de parámetros}$$

$$a = 1,10576 \cdot r_u$$

$$b = 0,8883 \cdot r_u$$

Se puede calcular el foco de la elipse mediante la expresión:

$$f = \sqrt{a^2 - b^2} = r_u \sqrt{1,10576^2 - 0,8883^2} = 2,146 \cdot 10^{-6} m \text{ y por tanto el parámetro } q \text{ valdrá:}$$

$$q = \frac{k_c^2 f^2}{4} = \frac{(5,17921064 \cdot 10^{12} i)^2 (2,146 \cdot 10^{-6})^2}{4} = -3,08832 \cdot 10^{13}$$

Dicha solución quedaría por tanto fuera de las capacidades de los programas utilizados, pero nos permite identificar las anteriores soluciones como neutrinos y estimar sus masas.

(Nota: Ya que $q \propto m^2$, entonces $m/m_e \propto \sqrt{q/q_e}$)

Partícula	Tipo	q	m / m _e	m estimada
ν_e	Io	-0,0465	3,88 10 -8	0,01983 eV
ν_η	Ie	-0,09477	5,539 10 -8	0,0283 eV
ν_τ	KoIo	-0,64	1,439 10 -6	0,07356 eV
e+,-	IoKo	-3,08 10 13	1	0,5109989 MeV

Aunque no conocemos experimentalmente la masa de los neutrinos, si que conocemos en cambio con bastante precisión la diferencia de masas. [18]

eV	Este trabajo	Experimental
$m_{\nu 2} - m_{\nu 1}$	0,008477	0,008677
$m_{\nu 3} - m_{\nu 2}$	0,045253	0,048374

Dado que las soluciones tipo III cuando $q \rightarrow -\infty$ tienden asintóticamente a la unidad por debajo, es decir, su valor es de 0,9999..... es posible postular que puedan existir soluciones como combinación lineal de una solución tipo III con q muy elevados con alguno de los neutrinos anteriormente identificados, lo que permitiría que el centro de masas de la combinación lineal se sitúe en la coordenada $\xi_0 = \frac{\hbar}{2m_0 c}$. Dichas soluciones tendrían una masa muy similar, aunque predominaría la más ligera. Lo más probable es que la combinación lineal con un antineutrino electrónico de como resultado al electrón.

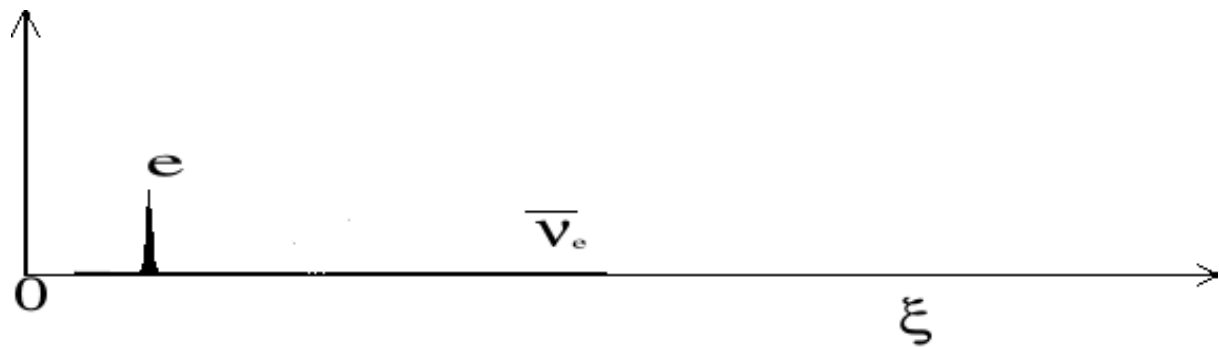


Figura 2.8. Las combinaciones lineales de las soluciones tipo III conformarían al electrón.

De cualquier forma la existencia de los hadrones no puede ser justificada mediante estas soluciones. *Con el fin de permitir la existencia de los hadrones se postula que el universo presenta un agujero central, de tal forma que las soluciones tipo II pueden existir como ondas de superficie en el límite interno del Universo.*

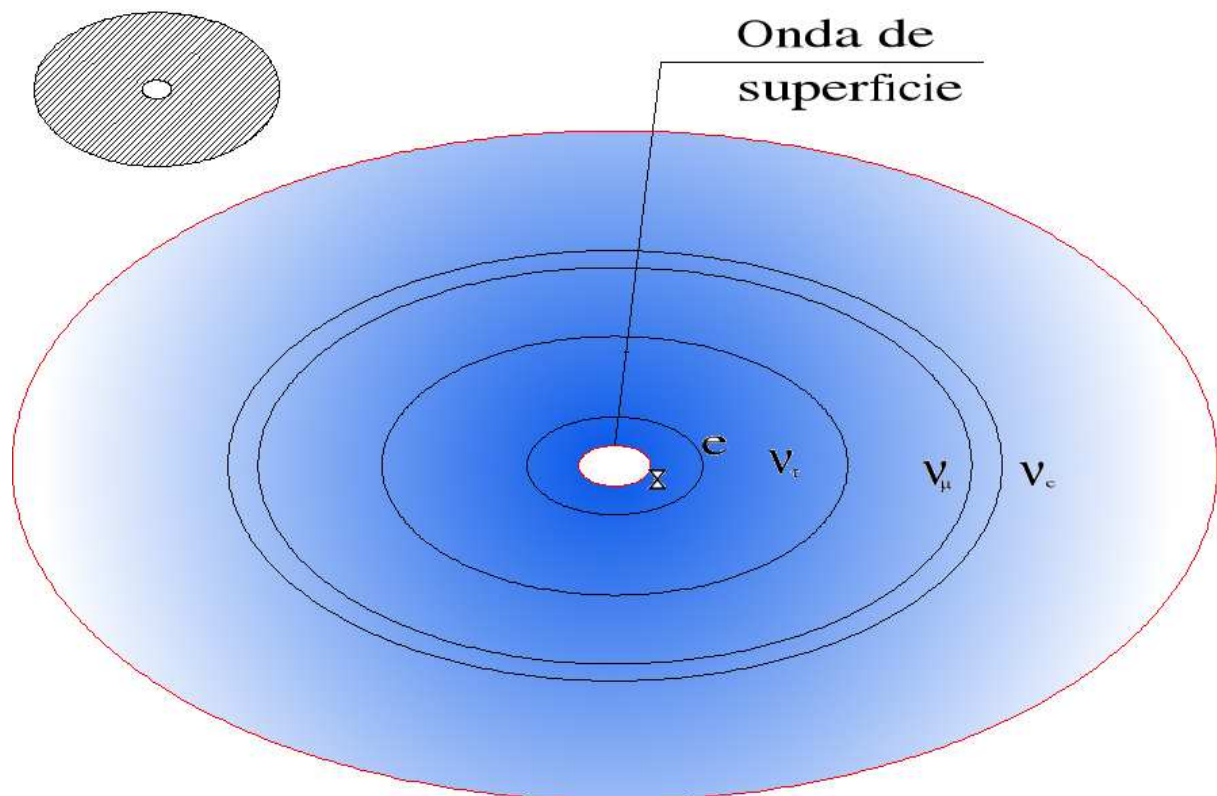
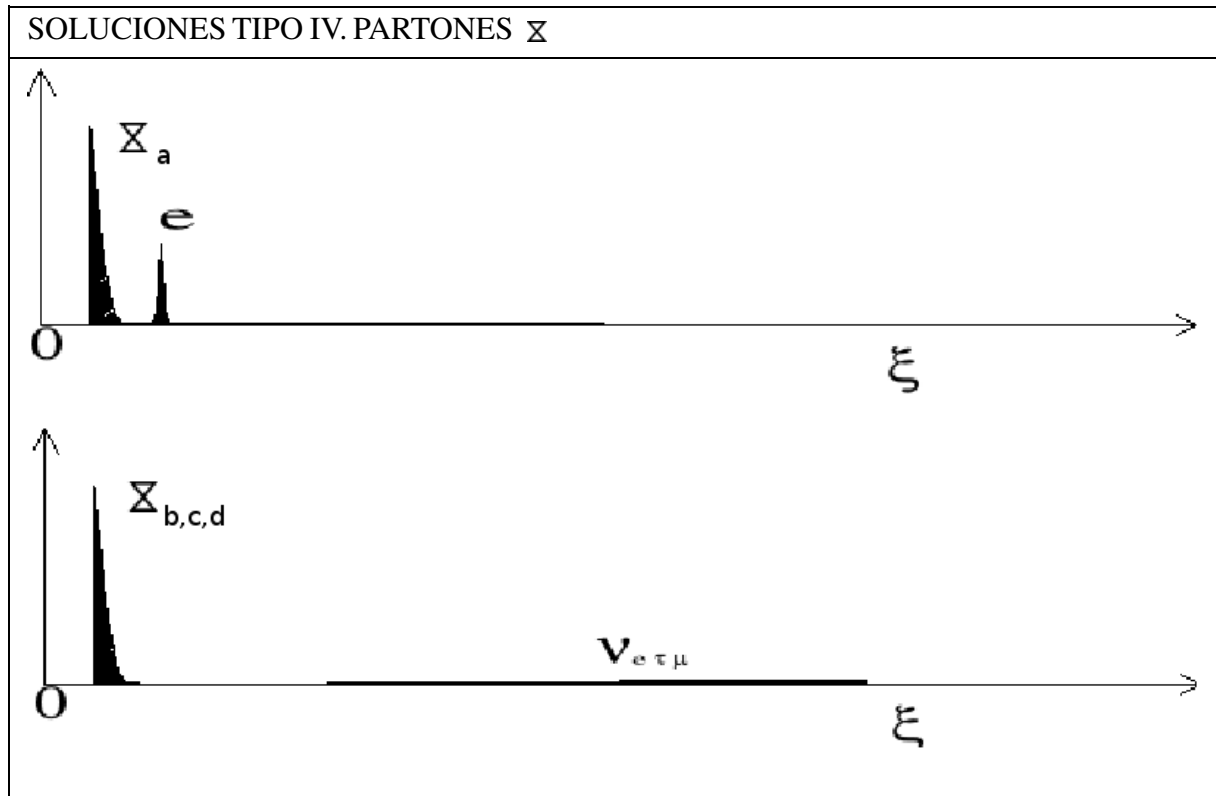


Figura 2.9. Apariencia de las dimensiones compactadas. Nótese que no son trayectorias reales, sino la aproximación de rayo de las vibraciones.

Por si solas, las soluciones tipo II no pueden satisfacer las condiciones de contorno impuestas

(el centro de masas del cuadrado de la función de onda debe encontrarse en la coordenada $\xi_0 = \frac{\hbar}{2m_0c}$) y por tanto deben aparecer en combinación lineal con alguna de la soluciones estables anteriores.



Se ha asignado la letra del alfabeto íbero Σ a las ondas de superficie tipo II, pronunciada como ko, y como nombre partones. Dado que la masa de una combinación lineal debería encontrarse entre la masa de las ondas constituyentes y debido a la gran diferencia de masa existente entre los electrones y los neutrinos parece evidente que los partones deberían clasificarse en partones pesados Σ_a y partones ligeros. ($\Sigma_b \rightarrow d$). Además la masa de los partones dependerá fundamentalmente del valor del radio interior del Universo.

Por tanto, todas las partículas deberían ser obtenidas mediante combinaciones lineales de alguna de estas soluciones. En la página 77 se justificará el porque no pueden existir los partones por separado, sino que deben existir en combinaciones que asimilaremos a los hadrones.

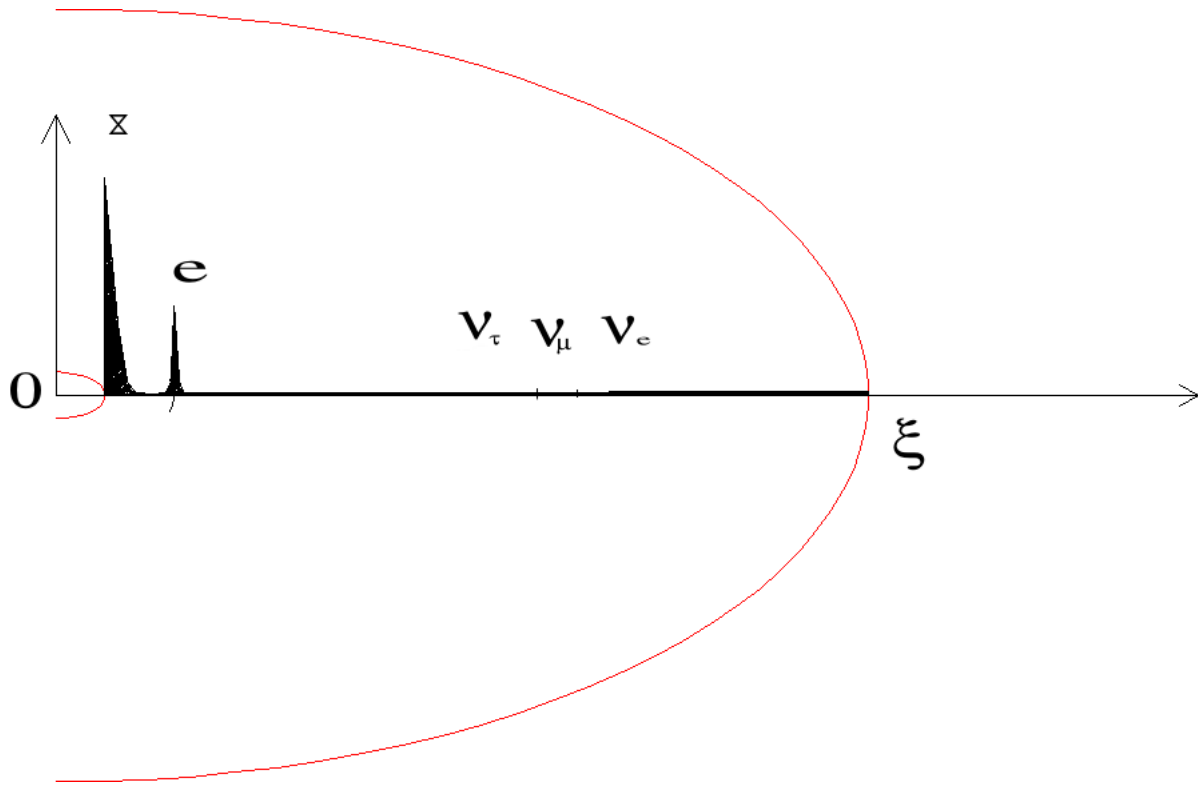


Figura 2.10. Conjunto de soluciones posibles

Finalmente, el fenómeno de el acoplamiento de ondas permitiría explicar las oscilaciones entre los diferentes tipos de neutrinos y aún entre los diferentes tipos de partones.

2.1.4. Solución para las dimensiones extendidas.

Seguimos solucionando el resto de variables, si recordamos (2)

$$\frac{\nabla_{3D}^2 F}{F} + \beta^2 = 0$$

entonces podemos considerar 2 casos:

Caso A. Partícula-Pulsación inmóvil. $\beta=0$

Tenemos entonces:

$$\frac{\nabla_{3D}^2 F}{F} = 0 \quad (8) \text{ de soluciones:}$$

$$F = \text{constante} = C_1 \quad (9)$$

$$F = \frac{C_2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (10)$$

Es notable observar que (10) es totalmente análogo a los potenciales gravitatorio y eléctrico. Sin embargo la solución no es válida si $x=y=z=0$, ya que proporciona valores infinitos. Por otro lado, al afirmar que las partículas son las vibraciones del espacio-tiempo la solución de (10) no puede extenderse hasta el infinito, ya que su integral nos proporcionaría valores infinitos. Se propone por tanto la siguiente forma para la solución:

$$\begin{aligned} \text{Si } r \leq \lambda_c &\longrightarrow F = C_1 \\ \text{Si } \lambda_c > r > r_f &\longrightarrow F = \frac{C_2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + C_3 \\ \text{Si } r > r_f &\longrightarrow F = 0 \end{aligned}$$

donde λ_c es la longitud de onda Compton del electrón y r_f el tamaño máximo de la pulsación. Mas adelante veremos que r_f representa la distancia máxima en las cuales la partícula puede influir en las demás. (Si, otra herejía). Esta distancia es muy grande, pero no infinita. La solución puede ser representada de la siguiente manera:

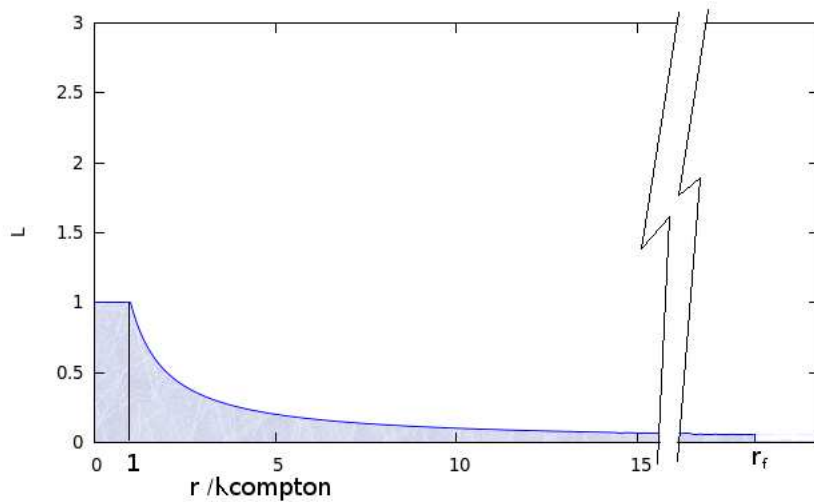


Figura 2.11. Solución en función de r para una partícula-pulsación inmóvil.

Es de observar que una pulsación gravitomagnética hexadimensional debido a las restricciones que impone la topología del espacio aparece como una fuente hueca de campo gravitatorio y eléctrico en un espacio tetradimensional.

Una vez conocida la solución para las dimensiones extendidas del potencial gravitatorio o eléctrico de una partícula en reposo podemos calcular la energía del campo eléctrico del electrón.

La energía será igual al producto del potencial por la carga eléctrica, teniendo en cuenta que para distancias inferiores a la longitud de Compton el potencial es constante y por tanto no aporta nada a la integral y suponiendo que el potencial es cero en el infinito la energía total será:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\lambda_c} e \cdot e$$

$$\text{como } \lambda_c = \frac{h}{m_e c} \text{ entonces } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} e^2 \frac{m_e c}{h}$$

Este resultado se puede expresar en función de la constante de estructura fina α . Si multiplicamos y dividimos por $2\pi c^2$ nos queda:

$$E = \frac{\alpha}{2\pi} c^2 m_e \rightarrow \boxed{\frac{E}{c^2} = \frac{\alpha}{2\pi} m_e}$$

Luego la masa asignable al campo eléctrico será igual a $\frac{\alpha}{2\pi} m_e$

Como esta masa no aporta nada a la carga eléctrica deberemos modificar la constante $\hat{G}$

Llamando m' a la masa del electrón una vez descontada la que pertenece a su campo eléctrico y $\hat{G}'$ a la nueva estimación de la constante gravitatoria en 6 D podemos escribir análogamente a lo que habíamos propuesto en la página 14 :

$$\frac{q}{m'_0} = \frac{-4\pi\hat{G}}{\mu_0 \cdot \frac{h}{2m'_0 c}}$$

y teniendo en cuenta que $m' = \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right) m$ tendremos que:

$$\hat{G}' = \frac{\hat{G}}{\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right)^2}$$

Podemos ahora estimar el momento magnético con la nueva masa y el nuevo valor de $\hat{G}'$

$$\mu_g = \frac{-4\pi\hat{G}'m'_0}{\mu_0} \rightarrow \mu_g = -4\pi \frac{\hat{G}}{\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right)^2} \cdot m \left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right) \rightarrow \mu_g = \frac{-4\pi\hat{G}m_0}{\mu_0} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right)}$$

es decir

$$\mu_g = \mu_b \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right)}$$

lo que coincide con la corrección del loop del primer orden que se obtiene en la electrodinámica cuántica para el momento magnético anómalo.

Sin embargo, los experimentos de scattering contradicen esta solución, pues confirman que los electrones se comportan como cargas puntuales, ¿como es posible esto?. Si se tratase de partículas en el sentido clásico de la palabra, la hipótesis debería ser descartada, pero al considerar a los electrones como vibraciones es posible solucionar el enigma.

Si consideramos un electrón sometido a choque, la aceleración no puede ser instantánea, la energía debe por tanto ser almacenada, ¿pero donde?. No existe más posibilidad que en la misma vibración que conforma la partícula, incrementando su masa, o lo que es lo mismo, reduciendo la distancia en la que se presenta un potencial constante.

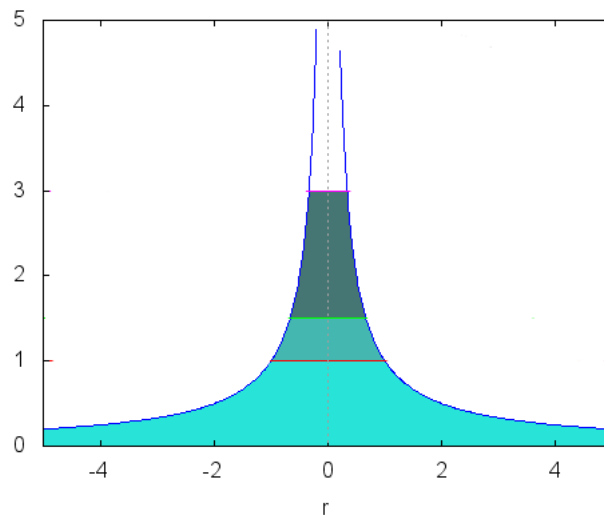


Figura 2.12. Modificación cualitativa de las partículas por el choque.

Los diferentes tonos de azul representan la variación en la pulsación conforme es excitada. Dado que para incrementar la resolución del scattering es necesario incrementar la energía de las partículas el agujero central será más pequeño cuanto más energéticos sean los fotones incidentes, impidiendo por tanto su detección por este método.

Caso B. Partícula-Pulsación en movimiento uniforme.

$$\frac{\nabla_{3D}^2 F}{F} + \beta^2 = 0$$

Si consideramos un movimiento uniforme a lo largo del eje Z y suponiendo que:

$$F(x, y, z) = Z(z) \cdot P(x, y)$$

lo que nos permite separar nuevamente en dos ecuaciones:

$$\frac{\nabla^2 Z(z)}{Z} + \beta^2 = 0$$

$$\frac{\nabla^2 P(x, y)}{P} = 0$$

La solución en el eje de desplazamiento de la partícula es conocida e igual a:

$$Z(z) = C_4 \text{Sen}(\beta z)$$

Mientras que la solución en el plano normal al desplazamiento se reduce al conjunto de las funciones armónicas en el plano. Podemos expresar el laplaciano en coordenadas polares:

$$\nabla^2 P(r, \phi) = \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 P}{\partial \phi^2}$$

Entre todas las soluciones posibles solo existe una que sea directamente proporcional a la inversa de la distancia.

$$P(r, \phi) = C_5 \cdot \frac{\cos(-\phi + \theta)}{r}$$

Que podemos representar

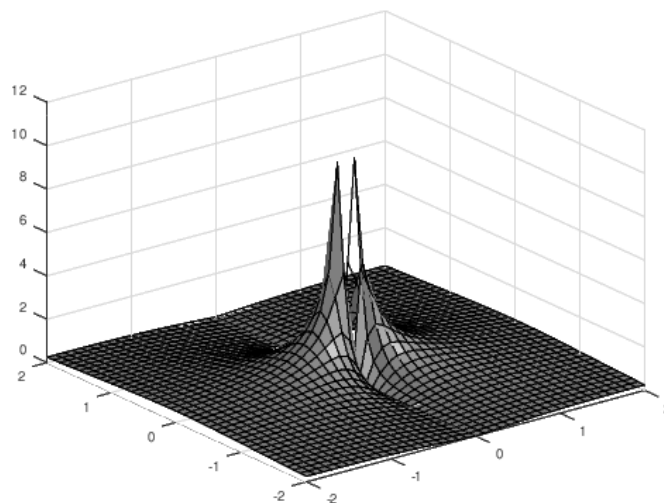


Figura 2.13. Solución para el plano normal al movimiento.

De esta solución surge naturalmente la polarización de las partículas, representada por la fase θ .

La siguiente figura representa dos soluciones en el plano normal mediante curvas de nivel, lo que permite apreciar mejor los planos de polarización.

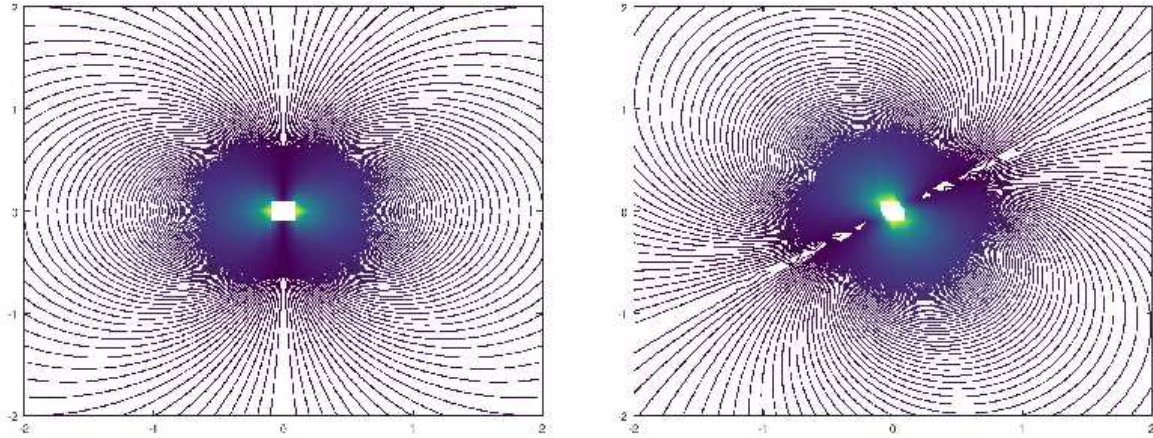


Figura 2.14. Solución frontal para una partícula-pulsación libre con movimiento uniforme. Dos planos de polarización

La solución en las dimensiones extendidas para una partícula libre en movimiento uniforme se compondrá por tanto por el producto de una onda plana por un potencial bidimensional en el plano perpendicular al movimiento. Si observamos las partículas elementales (neutrinos y electrones) de frente nos vuelven a aparecer como fuentes de campo gravitatorio y eléctrico, pero vistos transversalmente al movimiento aparecen como ondas planas.

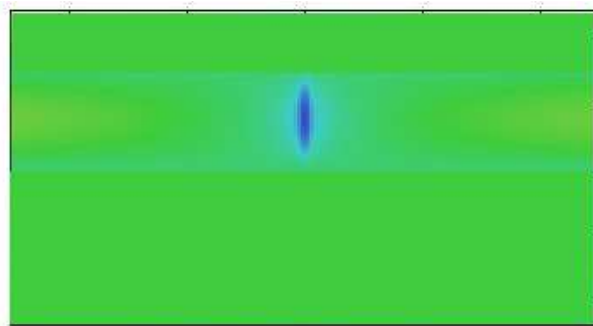


Figura 2.15. Solución transversal para una partícula-pulsación libre con movimiento uniforme.

Como podemos ver, las partículas elementales se comprimen longitudinalmente por efecto del movimiento.

2.2. Mecanismos de interacción entre ondas. Unificación de las fuerzas

Aunque normalmente se considera que las ondas no interaccionan entre sí en el mismo sentido en el que interaccionan 2 partículas, por ejemplo, la realidad es que la existencia de efectos no lineales puede modificar el medio en el que se transmiten las ondas, especialmente en el caso de ondas estacionarias. Para poder profundizar más en estos conceptos acudiremos a analogías mecánicas. Observemos las ondas estacionarias que se producen en una cuerda tensa.

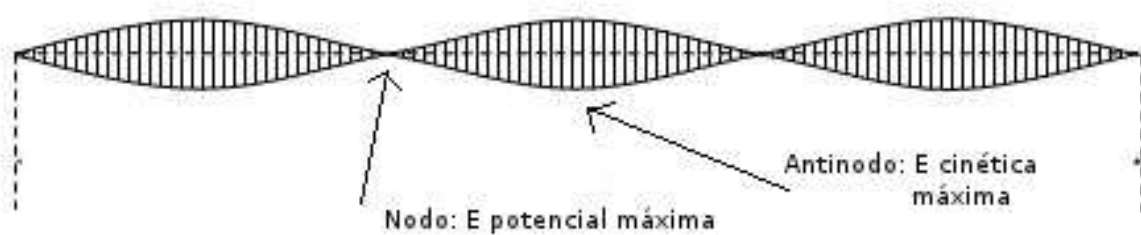


Figura 2.16. Ondas estacionarias

La expresión de la Energía cinética es:

$$E_c = 1/2\mu \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 = 1/2\mu \left(\omega A \sin(kx) \cos(\omega t) \right)^2 \text{ mientras que la energía potencial es:}$$

$$E_p = 1/2T \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 = 1/2T \left(K A \cos(kx) \sin(\omega t) \right)^2$$

Es fácil ver que se encuentran desfasados $\pi / 2$. En los antinodos la energía cinética es máxima, pero su energía potencial es cero, es decir la cuerda no se deforma, sin embargo en los nodos la energía cinética se anula, mientras que la energía potencial se hace máxima. Esto producirá en la cuerda dos efectos:

1. Variación de la longitud media (Se estira) → **Curvatura del espacio.**
2. Variación de la tensión media (Aumenta) → **Variación velocidad de transmisión de las ondas.**

Otra analogía que puede considerarse es el sonido (onda longitudinal) donde también es posible observar dos ondas desfasadas entre sí $\pi / 2$, la de presión y la de velocidad. En los nodos de la onda de velocidad la presión media es máxima, mientras que en los antinodos de la onda de velocidad la presión media es mínima. Este efecto permite la levitación acústica.

En la figura están representados la onda de velocidad, la onda de presión y las zonas de estabilidad para la levitación de pequeños objetos.

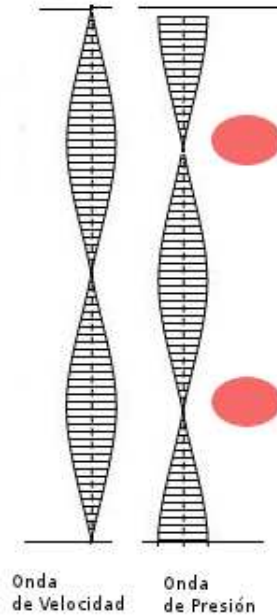


Figura 2.17. Levitación acústica

Al existir un gradiente de presión existe un gradiente de índice de refracción (la velocidad del sonido aumenta en los nodos de velocidad) y una curvatura del espacio (dilatación en los nodos de velocidad). Esto supone que cualquier onda viajera que atravesase la onda estacionaria quedará desviada ligeramente.

En el caso de las ondas gravitatorias y debido a que la solución presenta energía negativa los efectos serán contrarios, es decir:

1. Disminución de la velocidad de propagación de las ondas.
2. Contracción del espacio.

La solución de Schwarzschild para las ecuaciones de campo de Einstein nos proporciona los dos efectos:

– Contracción del espacio: $r' = \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{\frac{1}{2}} r$

– Ralentización del tiempo $t' = \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{\frac{1}{2}} t$

donde $r_0 = \frac{2Gm}{c^2}$

La ralentización del tiempo supone de hecho la creación de un gradiente de índice de refracción, ya que cuanto más lento avanza el tiempo menos velocidad efectiva presenta la luz en relación a un punto situado en el infinito. En realidad si se acepta que todo está formado por ondas no podemos distinguir entre una ralentización del tiempo o una disminución de la velocidad de propagación de las perturbaciones. (Si, otra herejía más)

Es de observar que este efecto no implicaría una variación de la velocidad de luz en el vacío absoluto, sino una disminución de la velocidad de la luz al atravesar una partícula-pulsación, al igual que la velocidad de la luz disminuye al atravesar diferentes medios.

Supongamos una partícula-pulsación inmóvil en un campo gravitatorio. Si utilizamos la aproximación de rayo podemos calcular su trayectoria con relativa facilidad; Si consideramos que debido a su inmovilidad la curvatura del espacio no debe ser tenida en cuenta podemos estimar ahora el índice de refracción aparente debido a la dilatación gravitatoria del tiempo, que será igual al cociente entre la velocidad del tiempo en el infinito y la velocidad del tiempo en el punto a estudiar:

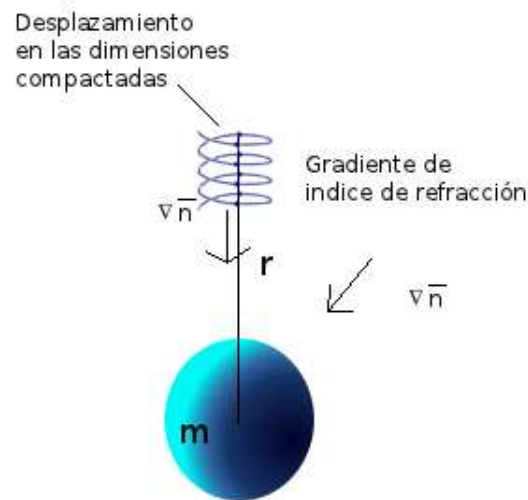


Figura 2.18. Origen de la curvatura del tiempo

$$n(r) = \frac{c}{v} = \frac{t}{t'} = \frac{t}{t\sqrt{1-\frac{r_0}{r}}} = \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-1/2}$$

Una vez conocida la ley que rige n en función de r resulta sencillo calcular el radio de curvatura que presentará cualquier tipo de radiación al transmitirse en dicho medio.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d}{dR} \ln(n) = \frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dN} = \frac{1}{n} \nabla \vec{n} \cdot \vec{N} \text{ donde}$$

$\rho \equiv \text{radiodecurvatura}$, $N \equiv \text{Normal al rayo}$.

Debido a la simetría esférica del problema el gradiente de n será:

$$\nabla \vec{n} = \frac{d}{dr} \left(1 - \frac{r_0}{r} \right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{-1}{2} \cdot \frac{r_0}{r^2} \left(1 - \frac{r_0}{r} \right)^{-\frac{3}{2}}$$

Sustituyendo nos queda:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\left(1 - \frac{r_0}{r} \right)^{-1/2}} \cdot \left[\frac{-1}{2} \cdot \frac{r_0}{r^2} \left(1 - \frac{r_0}{r} \right)^{-3/2} \right] \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \cdot \vec{N}$$

simplificando y teniendo en cuenta que por definición $\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 r}{ds^2}$ podemos escribir:

$$\frac{d^2 r}{ds^2} = \frac{-1}{2} \cdot \frac{r_0}{r^2} \left(1 - \frac{r_0}{r} \right)^{-1} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \cdot \vec{N}$$

Para el caso de una partícula inmóvil en la superficie de la Tierra se pueden hacer las siguientes simplificaciones:

$$\left(1 - \frac{r_0}{r} \right)^{-1} \approx 1, \quad \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \cdot \vec{N} \approx 1$$

Luego nos queda:

$$\frac{d^2 r}{ds^2} = \frac{-1}{2} \cdot \frac{r_0}{r^2}$$

Si tenemos en cuenta que el rayo avanza a la velocidad de la luz es posible escribir:

$s = ct$; $\frac{ds}{dt} = c$; $\frac{d^2 s}{dt^2} = 0$ y aplicando la regla de la cadena para convertir la derivada con respecto al arco en derivada con respecto al tiempo

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{d^2 r}{ds^2} \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 + \frac{dr}{ds} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{d^2 r}{ds^2} \cdot c^2$$

Sustituyendo: $\frac{d^2 r}{dt^2} \frac{1}{c^2} = \frac{-1}{2} \cdot \frac{2GM}{c^2 r^2} \rightarrow \boxed{\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{GM}{r^2} = g}$ obteniéndose la ecuación de Newton.

Es destacable que en el caso de partículas no estáticas sería necesario tener en cuenta la contracción del espacio.

Veamos en esta ocasión un caso en el que el gradiente de velocidad del tiempo se produce por velocidad, obteniéndose por tanto, fuerzas aparentes. Si suponemos un disco que gira con velocidad angular ω tendremos que la velocidad del tiempo será distinta según la distancia a su centro. En efecto:

$$\Delta t = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \cdot \Delta t$$

, y recordando que

$$v = \omega r \rightarrow n(r) = \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

El gradiente de n será entonces:

$$\nabla n = \frac{d}{dr} \left[\left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2}\right)^{-1/2} \right] = -\frac{1}{2} \cdot \frac{2\omega^2}{c^2} r \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2}\right)^{-3/2}$$

Como $\frac{1}{\rho} = \frac{d}{dR} \ln(n) = \frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dN} = \frac{1}{n} \nabla \vec{n} \cdot \vec{N}$ tendremos que:

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{2\omega^2 r}{c^2} \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2}\right)^{-1} \rightarrow \frac{1}{\rho} = -\frac{\omega^2 r}{c^2} \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2}\right)^{-1}$$

Para el caso no relativista

$$\left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2}\right)^{-1} \approx 1$$

y por tanto:

$$\frac{1}{\rho} \approx -\frac{\omega^2 r}{c^2}$$

$$\frac{1}{\rho} \approx -\frac{\omega^2 r}{c^2} \rightarrow \frac{dr^2}{ds^2} = -\frac{\omega^2 r}{c^2}$$

Si tenemos en cuenta que las perturbaciones se desplazan a la velocidad de la luz en las dimensiones compactadas es posible escribir:

$$s = ct; \frac{ds}{dt} = c; \frac{d^2s}{dt^2} = 0$$

y aplicando la regla de la cadena para convertir la derivada con respecto al arco en derivada con respecto al tiempo

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{d^2r}{ds^2} \cdot \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 + \frac{dr}{ds} \cdot \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{d^2r}{ds^2} \cdot c^2$$

Sustituyendo:

$$\frac{dr^2}{dt^2} \frac{1}{c^2} = -\frac{\omega^2 r}{c^2} \rightarrow a = -\omega^2 r$$

Es decir, la formula tradicional de la aceleración centrípeta. Para el caso relativista tendríamos que:

$$\frac{dr^2}{dt^2} \cdot \frac{1}{c^2} = -\frac{\omega^2 r}{c^2} \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \right)^{-1} \rightarrow a = -\omega^2 r \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \right)^{-1},$$

Esta aceleración se observaría localmente, desde nuestra posición estática y debido a la dilatación temporal lo que mediríamos sería:

$$a = -\omega^2 r \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \right)^{-1/2}$$

Por tanto *la dilatación temporal y la contracción del espacio provocadas por las ondas estacionarias en las dimensiones compactadas son el origen de la gravedad y de otros fenómenos, como la fuerza centrífuga.*

En [9] se muestra que la expansión del Universo que se refleja en la ley de Hubble provoca un gradiente de velocidad del tiempo, lo que origina una fuerza de repulsión entre las partículas independiente de la masa. La existencia de esta fuerza proporciona un valor para la constante cosmológica de $1.178 \cdot 10^{-52} \text{ m}^{-2}$ compatible con los últimos datos experimentales.

Otro posible efecto no lineal consiste en el arrastre del fluido en la dirección de propagación de la onda (p.e. streaming acústico). Este arrastre proporciona una explicación intuitiva de las fuerzas que aparecen entre corrientes de masa paralelas.

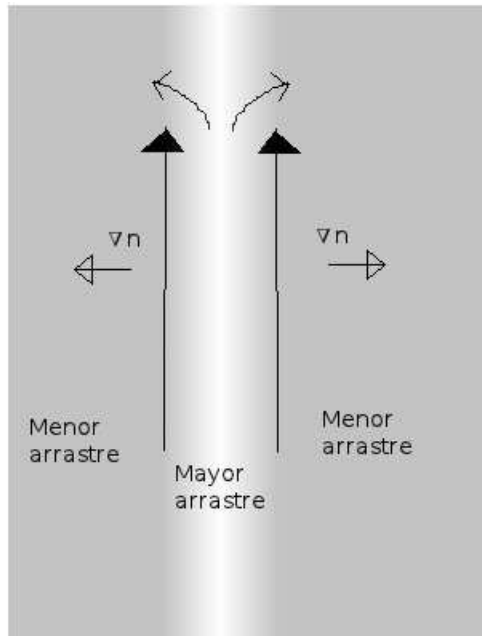


Figura 2.19. Fuerza aparente de repulsión

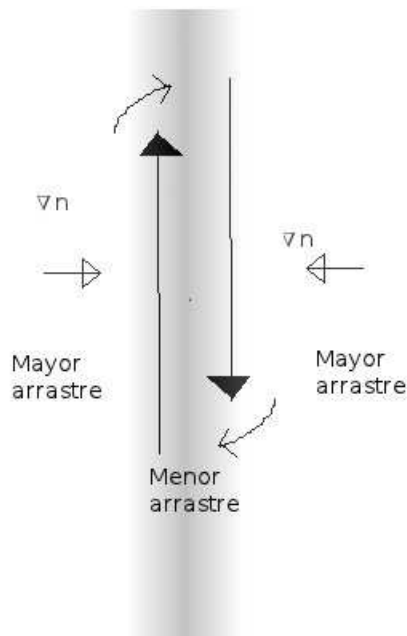


Figura 2.20. Fuerza aparente de atracción

La solución de Kerr a las ecuaciones de campo de Einstein proporciona una expresión analítica

para este efecto, el cual es conocido en relatividad como frame-dragging o arrastre de marco. La velocidad angular de arrastre del espacio-tiempo en el plano ecuatorial de una masa en rotación es:

$$\omega = \frac{\Phi}{t} = \frac{2mra}{(r^2 + a^2)^2} \text{ donde } m \equiv \text{masa}, r \equiv \text{radio}, a = \frac{J}{mc}$$

Si estudiamos el caso en que $r \gg a$ podemos escribir la velocidad lineal de arrastre como

$$v = \omega \cdot r = \frac{2mr^2a}{(r^2 + a^2)^2} \approx \frac{\text{Constante}}{r^2},$$

es decir la fuerza de atracción-repulsión disminuye con el cuadrado de la distancia.

De hecho en la métrica de Kerr viene implícito uno de los postulados de esta hipótesis, en efecto si consideramos la solución de luz estacionaria para una partícula elemental nos quedaría:

$$r_e = \frac{Gm}{c^2} + \sqrt{\left(\frac{Gm}{c^2}\right)^2 - a^2}$$

Como $a \gg Gm$ entonces podemos escribir:

$$r_e = ai = \frac{J}{mc}i = \frac{\hbar/2}{mc}i = \frac{\hbar}{2mc}i = \xi_0 i$$

Es de observar que el carácter imaginario del radio puede interpretarse como una dirección perpendicular a todas las demás.

Luego el arrastre del fluido justifica fuerzas de atracción-repulsión que disminuyen con el cuadrado de la distancia, y en el que el sentido de desplazamiento de la onda provoca la aparición de dos cargas que se atraen si son de diferente signo y que se repelen si son del mismo signo. *Por tanto, el arrastre de fluido provoca fuerzas análogas a la eléctrica.*

Recordemos la forma de las soluciones a la ecuación de onda gravitomagnética para las dimensiones compactadas.

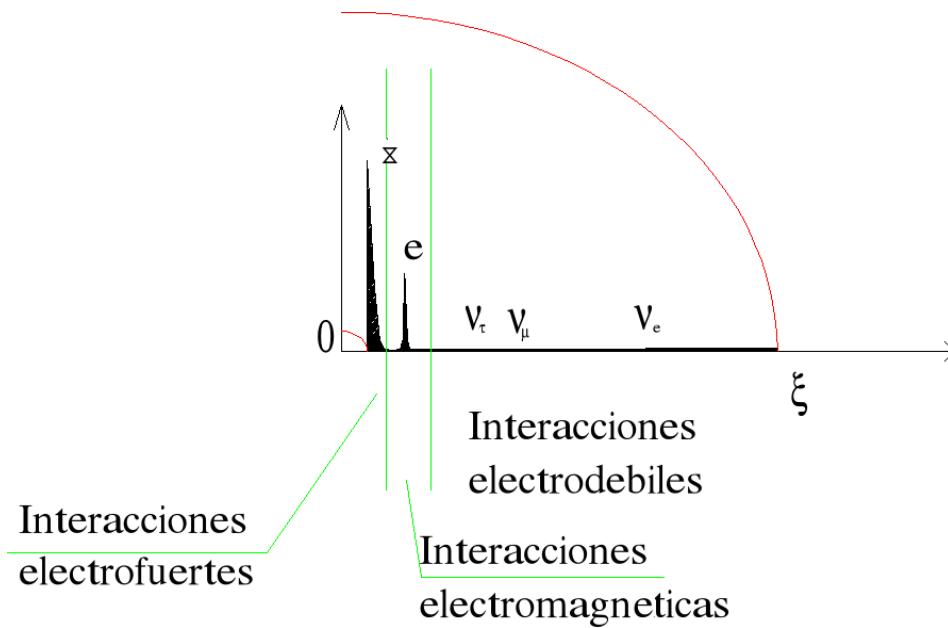


Figura 2.21. Soluciones a la ecuación de onda en las dimensiones compactadas

El arrastre **se producirá a diferentes valores de la coordenada ξ** , es fácil ver que los neutrinos interactuarán muy débilmente con el resto de partículas, mientras que los electrones interactuarán fuertemente consigo mismos y con los partones cargados, pero muy débilmente con los neutrinos y con los partones neutros. La intensidad relativa de estas interacciones también puede ser observada.

Es importante recalcar que los partones solo existen como combinaciones lineales con el resto de partículas, por lo que las diferentes combinaciones tendrán diferentes interacciones. Por ejemplo el partón Σ a se verá afectado por la gravedad (cambios en el índice de refracción y deformaciones del medio de propagación), por fuerzas electromagnéticas y por arrastre de la onda de superficie (fuerzas electrofuertes). Análogamente el partón Σ c debería ser afectado por la gravedad y por fuerzas electrodébiles y electrofuertes, pero no por fuerzas electromagnéticas.

Anteriormente habíamos determinado la relación entre la masa y la carga de las partículas elementales basándonos en consideraciones gravitomagnéticas.

$$\frac{q_{\text{partón}}}{m_{\text{partón}}^2} = \frac{e}{m_e^2} = \frac{q_{\nu_\tau}}{m_{\nu_\tau}^2} = \frac{q_{\nu_\mu}}{m_{\nu_\mu}^2} = \frac{q_{\nu_e}}{m_{\nu_e}^2}$$

Sin embargo, si suponemos que las fuerzas eléctricas provienen del arrastre del espacio-tiempo *esta relación no puede ser cierta*. Debido al mecanismo de interacción la longitud del movimiento cerrado de las partículas no debe influir, sino únicamente debe influir la velocidad de arrastre. En el análogo del streaming acústico la velocidad de arrastre es directamente proporcional a la intensidad de la onda en el caso de un predominio de los términos viscosos o directamente proporcional a la raíz cuadrada de la intensidad de la onda en caso de un predominio de los términos inerciales [5]. Si suponemos que la intensidad de la onda es directamente proporcional a la masa de la partícula tendremos un rango de cargas posibles para las diferentes partículas en función de su masa.

Si predominan las fuerzas inerciales

$$\frac{q_{partón}}{m_{partón}^{0,5}} = \frac{e}{m_e^{0,5}} = \frac{q_{v_\tau}}{m_{v_\tau}^{0,5}} = \frac{q_{v_\mu}}{m_{v_\mu}^{0,5}} = \frac{q_{v_e}}{m_{v_e}^{0,5}}$$

si predominan las fuerzas viscosas

$$\frac{q_{partón}}{m_{partón}} = \frac{e}{m_e} = \frac{q_{v_\tau}}{m_{v_\tau}} = \frac{q_{v_\mu}}{m_{v_\mu}} = \frac{q_{v_e}}{m_{v_e}}$$

o si existe un equilibrio entre fuerzas viscosas e inerciales, que es quizás el más probable porque proporciona para los partones un carga muy similar a la carga de Planck. (Nota: El comportarse como si existiese viscosidad no implica la existencia de pérdidas de energía por rozamientos en el espacio-tiempo)

$$\frac{q_{partón}}{m_{partón}^{0,75}} = \frac{e}{m_e^{0,75}} = \frac{q_{v_\tau}}{m_{v_\tau}^{0,75}} = \frac{q_{v_\mu}}{m_{v_\mu}^{0,75}} = \frac{q_{v_e}}{m_{v_e}^{0,75}}$$

Deberíamos hablar de culombios electrodébiles, culombios eléctricos o culombios electrofuertes, según el caso. A causa de consideraciones que se desarrollaran más adelante en este trabajo se ha asignando una masa de $11,87 \text{ MeV} / c^2$ a los partones ligeros y de $12,91 \text{ MeV} / c^2$ a los partones pesados.

Pulsación	masa	Tipo de interacción	Rango de carga (En culombios equivalentes)	Carga más probable (En culombios equivalentes)
v_e	0,01983 eV	ELECTRODÉBIL	$6,22 \cdot 10^{-27} \rightarrow 3,16 \cdot 10^{-23}$	$4,429 \cdot 10^{-25}$
v_μ	0,0283 eV	ELECTRODÉBIL	$8,87 \cdot 10^{-27} \rightarrow 3,77 \cdot 10^{-23}$	$5,78 \cdot 10^{-25}$
v_τ	0,07356 eV	ELECTRODÉBIL	$2,31 \cdot 10^{-26} \rightarrow 6,08 \cdot 10^{-23}$	$1,18 \cdot 10^{-26}$
$e+,-$	0,511 MeV	ELECTROMAGNÉTICA	$1,602 \cdot 10^{-19}$	$1,602 \cdot 10^{-19}$
Σ^0 ligero	11,87 MeV	ELECTROFUERTE	$7,75 \cdot 10^{-19} \rightarrow 3,73 \cdot 10^{-18}$	$1,70 \cdot 10^{-18}$
$\Sigma^{*+,-}$ pesado	12,91 MeV	ELECTROMAGNÉTICA ELECTROFUERTE	$1,602 \cdot 10^{-19}$ $8,05 \cdot 10^{-19} \rightarrow 4,05 \cdot 10^{-18}$	$1,602 \cdot 10^{-19}$ $1,805 \cdot 10^{-18}$

2.3. Discusión. Significado físico de la mecánica cuántica

2.3.1. Concepto de partícula. Origen de la inercia.

Es notable observar que la solución de la ecuación de onda gravitomagnética para una pulsación libre aparenta ser una partícula frontalmente, ya que aparece como una fuente de campo

Tabla 2.3. Cargas de las partículas elementales

gravitatorio y eléctrico, pero visto transversalmente justifica plenamente su comportamiento ondulatorio. (hipótesis de D'Broglie). De esta forma, si consideramos a las partículas elementales como pulsaciones gravitomagnéticas podemos explicar:

- El experimento de la doble rendija, en el que cada electrón efectivamente interfiere consigo mismo.
- El efecto Aharonov-Bohm, en el cual un electrón se ve influido por un campo magnético confinado en un solenoide tiene explicación simplemente considerando que parte de la pulsación que representa el electrón atraviesa el solenoide, quedando por tanto afectado.
- El que se considere al electrón como un objeto sin dimensión (puntual), sin ninguna estructura interna.

Por otro lado, esto conlleva a la *ausencia de la acción a distancia*. El campo de fuerza de las partículas se percibe porque efectivamente estamos atravesando las pulsaciones que conforman las partículas.

Para determinar el origen de la inercia resulta muy interesante observar la propagación de las ondas electromagnéticas en una guía de ondas como las que se utilizan para transmitir señales electromagnéticas. Las ondas cuya frecuencia es inferior a una frecuencia mínima, denominada de corte, no se transmiten, mientras que las de frecuencia superior se transmiten a una velocidad mayor cuanto más alta es su frecuencia, es decir, las pulsaciones más energéticas presentan una velocidad de grupo mayor.

El modo de propagación de una onda cuya frecuencia sea ω en una guía de onda con una frecuencia de corte ω_0 viene dada por la siguiente relación:

$$\beta = \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_0^2}$$

La velocidad con la que efectivamente se transmiten la información y la energía dentro de una guía de onda viene representada por la velocidad de grupo, que se define como la derivada de la frecuencia con respecto al modo de propagación $d\omega / dk$.

Derivando la expresión anterior con respecto a ω tenemos:

$$\frac{d\beta}{d\omega} = \frac{\omega}{c\sqrt{\omega^2 - \omega_0^2}}$$

así que la velocidad de grupo de una onda de frecuencia ω en una guía de onda con una

$$\text{frecuencia de corte } \omega_0 \text{ es: } v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{c\sqrt{\omega^2 - \omega_0^2}}{\omega} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

y reordenando tenemos:

$$\left(\frac{v_g}{c}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \rightarrow \frac{\omega_0}{\omega} = \sqrt{1 - \left(\frac{v_g}{c}\right)^2} \rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_g}{c}\right)^2}} \text{ y por tanto:}$$

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_g}{c}\right)^2}}$$

Si multiplicamos por la constante de Planck h tenemos:

$$\omega h = \frac{\omega_0 h}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_g}{c}\right)^2}}$$

y recordando que la energía de una onda viene dada por la expresión $E = h\omega$ nos queda:

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_g}{c}\right)^2}}$$

Es decir, de una manera bastante sorprendente una onda electromagnética adquiere las mismas propiedades que una partícula material cuando es guiada por una estructura metálica o por otras condiciones de contorno, como es el caso de la fibra de vidrio. *Este es el origen de la masa inercial.*

Como además las ondas estacionarias pueden interaccionar entre ellas mediante tres mecanismos, la alteración del índice de refracción aparente (dilatación del tiempo), la contracción del espacio (curvatura del espacio) y el arrastre del medio de propagación (arrastre de marco) se va a aceptar que las partículas elementales están conformadas únicamente por ondas, que aparentan ser partículas únicamente cuando se las observa a gran distancia en relación al tamaño de las dimensiones compactadas, *debe abandonarse por tanto la concepción dual de la materia.*

2.3.2. Ecuación de Klein-Gordon.

Si partimos de la ecuación de onda gravitomagnética en 6D tenemos:

$$(\nabla_{6D}^2 + k^2) \cdot H = 0$$

Como $k^2 = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2 + \beta^2$ podemos escribir: $\rightarrow \left[\nabla_{6D}^2 + \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2 + \beta^2 \right] \cdot H = 0$ (a)

La velocidad de grupo se define como: $v_g = \frac{c^2 \beta}{2\pi f_0} \rightarrow \beta = \frac{v_g \cdot 2\pi f_0}{c^2}$

Si tenemos en cuenta que $\omega = 2\pi f_0$ podemos escribir:

$$\beta = \frac{v_g \cdot \omega}{c^2} = \left(\frac{v_g}{c}\right) \cdot \left(\frac{\omega}{c}\right)$$

Considerando que $k = \frac{\omega}{c}$ y sustituyendo en (a)

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2 + \left(\frac{v_g}{c}\right)^2 \cdot \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{v_g}{c}\right)^2\right] = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2, \text{ como } \frac{v_g}{c} = \epsilon$$

tenemos

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 [1 - \epsilon^2] = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i\right)^2$$

y recordando que hemos postulado que k era imaginario tenemos :

$$k = \frac{m_0 c}{\hbar} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} \cdot i$$

, si tenemos en cuenta que

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \epsilon^2}}$$

y sustituimos en la ecuación de onda tendríamos entonces:

$$\boxed{\left(\nabla_{6D}^2 + \left(\frac{mc}{\hbar} i \right)^2 \right) \cdot H = 0}$$

Similar a la ecuación de Klein-Gordon independiente del tiempo. Esta ecuación debe resolverse para seis dimensiones, no para cuatro, por eso esta ecuación fracasó cuando se aplicó al átomo de hidrógeno.

Si multiplicamos y dividimos por c nos queda:

$$k = \frac{1}{\hbar c} \cdot \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} \cdot i = \frac{\text{Energía}_{\text{onda}}}{\hbar c} \cdot i$$

Esta ultima relación nos va a permitir resolver la ecuación de onda de las partículas elementales cuando están sometidos a un campo de fuerzas.

2.3.3. Longitud de onda de D'Broglie.

Por otro lado si volvemos a la ecuación:

$$k = \frac{m_0 c}{\hbar} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} \cdot i$$

y teniendo en cuenta que

$$k^2 = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i \right)^2 + \beta^2$$

Podemos escribir

$$\left(\frac{m_0 c}{\hbar} i \right)^2 \cdot \frac{1}{1 - \epsilon^2} = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i \right)^2 + \beta^2$$

y

$$\left(\frac{m_0 c}{\hbar} i \right)^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{1 - \epsilon^2} \right) - 1 \right] = \beta^2$$

Por tanto

$$\beta^2 = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i \right)^2 \cdot \left[\frac{1 - 1 + \epsilon^2}{1 - \epsilon^2} \right] = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} i \right)^2 \cdot \left[\frac{\epsilon^2}{1 - \epsilon^2} \right]$$

Luego:

$$\beta = \frac{m_0 c}{\hbar} \cdot \left[\frac{\epsilon}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} \right] i \text{ y como } \frac{v_g}{c} = \epsilon \text{ nos queda finalmente:}$$

$$\beta = \frac{m_0 v_g}{\hbar} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} \right) i$$

La longitud de onda asociada al modo de propagación será:

$$\beta = \frac{\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{\pi}{\beta} = \frac{\pi \hbar \cdot \sqrt{1 - \epsilon^2}}{m_0 v_g} i = \frac{\pi \hbar \cdot \sqrt{1 - \epsilon^2}}{2\pi m_0 v_g} i$$

Finalmente tendremos:

$$\lambda = \frac{\hbar \cdot \sqrt{1 - \epsilon^2}}{2m_0 v_g} i$$

lo que representa una semilongitud de onda de D'Broglie, resultado esperado en base a la diferente definición de número de onda.